

ИНСТИТУТ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ  
И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГЕОФИЗИКИ  
СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

## **МАРЧУКОВСКИЕ НАУЧНЫЕ ЧТЕНИЯ 2024**

### **Тезисы Международной конференции**

7–11 октября 2024 г.  
Академгородок, Новосибирск, Россия

Новосибирск  
2024

**УДК** 519.6

**ББК** 22.19

М30

**М 30** Марчуковские научные чтения 2024 : Тезисы Междунар. конф., 7–11 октября 2024 г. / Ин-т вычислит. математики и матем. геофизики СО РАН. 152 с.

**ISBN** 978-5-901548-51-6

Целью Международной конференции "Марчуковские научные чтения 2024" является привлечение специалистов по численному анализу, прикладной математике и вычислительным технологиям к обсуждению актуальных вопросов вычислительной математики и математического моделирования, а также вопросов практического применения современных численных методов. Секции конференции: методы вычислительной алгебры и решения уравнений математической физики; численное статистическое моделирование и методы Монте-Карло; математическая геофизика; математические модели физики атмосферы, океана и окружающей среды; суперкомпьютерные вычисления и программирование; обратные задачи; информационные и вычислительные системы; компьютерная биология, биотехнология, агробиотехнология и медицина; методы искусственного интеллекта и машинного обучения.

**УДК** 519.6

**ББК** 22.19

**Соорганизаторы:**

Институт вычислительной математики им. Г. И. Марчука РАН

Институт систем информатики им. А. П. Ершова СО РАН

Федеральный исследовательский центр информационных и вычислительных технологий

Новосибирский государственный университет

**Информационная поддержка**

Пресс-служба СО РАН

**Сайт конференции:** [https:// conf.icmmg.nsc.ru/e/msr2024](https://conf.icmmg.nsc.ru/e/msr2024)

© Институт вычислительной математики  
и математической геофизики СО РАН, 2024

## ПРОГРАММНЫЙ КОМИТЕТ

**Сопредседатели программного комитета:** проф. РАН, д-р физ.-мат. наук М. А. Марченко, чл.-корр. РАН Г. А. Михайлов, д-р физ.-мат. наук А.В. Пененко

**Секретарь программного комитета** канд. физ.-мат. наук Г. З. Лотова (ИВМиМГ СО РАН)

### Члены программного комитета

В. И. Агошков	Москва, Россия	М. А. Ольшанский	Houston, USA
А. Е. Алоян	Москва, Россия	А. Ю. Пальянов	Новосибирск, Россия
А. А. Бакланов	Женева, Швейцария	В. В. Пененко	Новосибирск, Россия
В. Б. Бериков	Новосибирск, Россия	И. А. Пестунов	Новосибирск, Россия
И. В. Бычков	Иркутск, Россия	И. Б. Петров	Москва, Россия
В. В. Васин	Екатеринбург, Россия	Г. А. Платов	Новосибирск, Россия
Ю. В. Василевский	Москва, Россия	Н. Л. Подколотный	Новосибирск, Россия
Вл.В. Воеводин	Москва, Россия	И. В. Прохоров	Владивосток, Россия
Ю. С. Волков	Новосибирск, Россия	А. С. Родионов	Новосибирск, Россия
О. Ф. Воропаева	Новосибирск, Россия	В. Г. Романов	Новосибирск, Россия
В. А. Вшивков	Новосибирск, Россия	А. А. Романюха	Москва, Россия
А. В. Гасников	Долгопрудный, Россия	К. К. Сабельфельд	Новосибирск, Россия
С. С. Гончаров	Новосибирск, Россия	А. Л. Собисевич	Москва, Россия
В. П. Дымников	Москва, Россия	М. А. Толстых	Москва, Россия
И. Н. Ельцов	Новосибирск, Россия	Е. Е. Тыртышников	Москва, Россия
С. М. Ермаков	Санкт-Петербург, Россия	А. Г. Фатьянов	Новосибирск, Россия
Ю. А. Загоруйко	Новосибирск, Россия	М. П. Федорук	Новосибирск, Россия
В. П. Ильин	Новосибирск, Россия	В. М. Фомин	Новосибирск, Россия
С. И. Кабанихин	Новосибирск, Россия	А. Хасанов	Izmir, Turkey
В. В. Ковалевский	Новосибирск, Россия	В. А. Чеверда	Новосибирск, Россия
Н. А. Колчанов	Новосибирск, Россия	Б. Н. Четверушкин	Москва, Россия
В. Н. Крупчатников	Новосибирск, Россия	И. Г. Черных	Новосибирск, Россия
И. М. Куликов	Новосибирск, Россия	В. В. Шайдуров	Красноярск, Россия
Ю. М. Лаевский	Новосибирск, Россия	М. А. Шишленин	Новосибирск, Россия
Б. Ю. Лемешко	Новосибирск, Россия	В. П. Шутяев	Москва, Россия
В. Э. Малышкин	Новосибирск, Россия	Я. Эфендиев	Texas, USA
И. В. Марчук	Новосибирск, Россия	А. Г. Ягола	Москва, Россия
А. Г. Марчук	Новосибирск, Россия	М. В. Якобовский	Москва, Россия
С. Б. Медведев	Новосибирск, Россия		

## ОРГАНИЗАЦИОННЫЙ КОМИТЕТ

**Председатель организационного комитета** д-р техн. наук В. В. Ковалевский (ИВМиМГ СО РАН)

**Заместитель председателя организационного комитета** канд. физ.-мат. наук В. Л. Лукинов (ИВМиМГ СО РАН)

**Секретарь организационного комитета** Д. Д. Смирнов (ИВМиМГ СО РАН)

**Члены организационного комитета (ИВМиМГ СО РАН):** канд. физ.-мат. наук А. В. Бурмистров, канд. физ.-мат. наук Н. И. Горбенко, М. А. Городничев, О. Г. Заварзина, Д. И. Козлов, М. В. Крайнева, канд. физ.-мат. наук И. Н. Медведев, канд. физ.-мат. наук Э. А. Пянова, В. А. Спирин, канд. физ.-мат. наук И. В. Суродина, К. В. Ткачёв, канд. физ.-мат. наук Д. А. Кондратьев (ИСИ СО РАН)

**Почта оргкомитета:** msr24@sscc.ru.

**СОДЕРЖАНИЕ**

<b>Пленарная секция.....</b>	<b>8</b>	А. М. Гурин, В. П. Ильин, Д. И. Козлов, Е. А. Кузьмин.....	24
В. В. Васильев, К. П. Ильина .....	8	А. М. Гурин, В. П. Ильин, Д. А. Шаранов .....	24
В. В. Васин, И. А. Гайнова .....	8	А. И. Гурин, Я. Л. Гурьева, В. П. Ильин, Р. Д. Кардаш .....	25
Ю. А. Дашевский, А. К. Рыбин, И. Н. Ельцов .....	9	В. П. Жуков.....	25
В. П. Ильин.....	9	В. П. Жуков.....	26
А. С. Козелков .....	10	В. П. Жуков.....	26
К. К. Логинов, Н. В. Перцев, В. А. Топчий .....	11	Д. К. Кабанов, Е. Г. Екомасов, М. И. Фахретдинов, К. Ю. Самсонов .....	26
Г. А. Михайлов, Г. З. Лотова, С. В. Рогазинский ..	11	Л. А. Книжнерман .....	27
А. В. Пененко, М. А. Марченко, В. А. Глазунов, Ю. М. Лаевский, И. Г. Черных, С. Е. Киреев, И. М. Куликов, А. Е. Киреева, Г. А. Омарова, М. А. Городничев, Ю. Г. Медведев, С. И. Решетников, А. Г. Шмаков, А. С. Носков, Т. А. Большова, И. Е. Герасимов.....	12	В. А. Колотилов, В. В. Остапенко, Н. А. Хандеева .....	27
А. В. Пененко, В. В. Пененко .....	12	А. Е. Кувшинников, С. В. Богомоллов .....	28
Г. А. Платов, В. Н. Крупчатников, Е. Н. Голубева, В. С. Градов, М. А. Градова, М. В. Крайнева, Д. Ф. Якшина.....	13	Е. В. Кучунова, А. В. Вяткин.....	29
В. Г. Романов .....	14	Е. В. Ласковец .....	29
К. А. Рыбаков .....	14	А. Н. Левашов, И. Э. Степанова, Д. В. Лукьяненко, А. Г. Ягола.....	30
К. К. Сабельфельд .....	15	Д. А. Леонович.....	30
И. Е. Светов, Е. Ю. Деревцов, А. П. Полякова, С. В. Мальцева.....	15	В. В. Любимов.....	31
Т. А. Сушкевич .....	16	И. Д. Макаренко, С. К. Голушко, Л. С. Брындин, А. Г. Горынин .....	31
О. М. Чередниченко, В. В. Шайдуров.....	16	С. И. Марков, Н. Б. Иткина, Э. П. Шурина .....	32
В. П. Шутяев, Е. И. Пармузин, И. Ю. Геджадзе....	17	И. И. Мулляджанов.....	32
А. Г. Ягола, Я. Ван, А. С. Леонов, Д. В. Лукьяненко, И. Э. Степанова, Д. В. Чурбанов .....	18	А. Е. Новиков, Е. А. Новиков, А. И. Левыкин .....	33
<b>Секция 1 .....</b>	<b>19</b>	Е. И. Полунина, Н. А. Хандеева, В. В. Остапенко	34
<b>Методы вычислительной алгебры и решения уравнений математической физики.....</b>	<b>19</b>	Д. А. Приказчиков .....	34
К. К. Абдишерипов, Э. А. Биберддорф .....	19	Д. Н. Романов .....	35
И. Н. Агрелов, Н. И. Хохлов.....	19	А. О. Савченко .....	36
Д. А. Архипов, Э. П. Шурина .....	20	С. В. Свинина .....	36
В. Н. Бабенко, В. П. Ильин .....	21	Д. В. Седова, Д. Т. Чекмарев, Абу Даввас Яссер.....	37
М. А. Баталов.....	21	В. С. Скиба.....	37
М. А. Бочев.....	21	П. А. Сомова, Е. И. Гурина.....	38
Л. Ван, Э. А. Биберддорф.....	22	И. В. Тренбач, Е. И. Гурина .....	38
К. М. Виноградов.....	22	О. В. Ушакова, Н. А. Артемова.....	39
А. В. Вяткин, Е. В. Кучунова.....	23	А. В. Фаворская, А. А. Кожемяченко.....	40
Н. И. Горбенко .....	24	З. И. Федотова, О. И. Гусев, Г. С. Хакимзянов .....	41
		Ю. А. Чиркунов .....	41
		Ю. А. Чиркунов, М. Ю. Чиркунов .....	42
		Ю. А. Чиркунов, М. Ю. Чиркунов .....	42
		А. В. Шарова, Э. А. Биберддорф.....	42
		А. В. Шевченко, В. И. Голубев .....	43

W. Khalid, В. О. Стецюк, В. И. Голубев, Н. И. Хохлов .....	43	А. П. Григорюк, В. В. Ковалевский, Л. П. Брагинская .....	64
<b>Секция 2 .....</b>	<b>45</b>	Д. М. Евменова, Ю. А. Дашевский, И. И. Дыминский, И. Н. Ельцов, С. А. Имашев, И. В. Смоленский.....	65
<b>Численное статистическое моделирование и методы Монте-Карло .....</b>	<b>45</b>	В. В. Ковалевский, Д. А. Караваев, А. П. Григорюк, Л. П. Брагинская .....	66
Т. А. Аверина .....	45	С. С. Конопелько, И. В. Михайлов, И. В. Суродина .....	66
М. С. Акентьева, В. А. Огородников, Н. А. Каргаполова, С. Су .....	45	О. А. Копылова .....	67
В. С. Антюфеев.....	46	Т. В. Латынцева, О. А. Копылова .....	67
В. Л. Брызгалов, А. В. Войтишек.....	46	С. Ми, В. И. Голубев .....	68
С. А. Гусев.....	47	М. Н. Петров .....	68
В. М. Ефимов, К. В. Ефимов, С. Дин, В. Ю. Ковалева.....	48	С. А. Рябова.....	69
Е. Г. Каблукова, С. М. Пригарин, С. Чжан .....	48	А. Ф. Сапетина .....	70
Е. Г. Каблукова, Д. Ю. Протасов, К. К. Сабельфельд, К. С. Журавлев .....	49	А. В. Фаворская, Н. И. Хохлов .....	70
А. Е. Киреева, К. К. Сабельфельд.....	49	А. Г. Фатьянов .....	71
Д. Е. Кирильчик, А. В. Войтишек .....	50	В. А. Чеверда .....	71
Б. Ю. Лемешко, С. Ю. Лемешко .....	51	Н. В. Штабель.....	72
Ш. Ли, В. А. Огородников, М. С. Акентьева .....	51	<b>Секция 4 .....</b>	<b>73</b>
Г. З. Лотова, Г. А. Михайлов, С. А. Роженок .....	52	<b>Математические модели физики атмосферы, океана и окружающей среды.....</b>	<b>73</b>
И. Н. Медведев, Г. А. Михайлов .....	53	К. А. Алипова, В. Г. Мизяк, Г. С. Гойман, М. А. Толстых.....	73
Л. В. Пехтерева, В. А. Селезнев .....	53	Р. А. Вирц .....	73
О. А. Попова, Б. С. Добронец .....	54	О. С. Володько, Е. Н. Лемешкова .....	74
С. М. Пригарин, Д. Э. Миронова .....	54	В. А. Вяткина, Н. В. Барановский, А. В. Подоровский.....	75
А. С. Расулов, Г. М. Раимова.....	55	Е. А. Данилкин, А. В. Старченко, Д. В. Лещинский.....	75
С. В. Рогазинский.....	56	В. Ю. Денисова, В. Д. Лядов .....	76
Н. В. Трачева.....	56	В. С. Градов.....	76
С. А. Роженок.....	57	М. А. Градова, Е. Н. Голубева .....	77
К. К. Сабельфельд, И. А. Аксюк .....	57	Е. К. Гусева, В. И. Голубев, В. П. Епифанов, И. Б. Петров .....	78
К. К. Сабельфельд, С. П. Глазков.....	58	М. К. Емельянов, А. В. Пененко .....	78
М. Г. Садовский .....	59	М. В. Крайнева .....	79
А. В. Степанов .....	59	В. Н. Крупчатников, А. В. Гочаков, О. Ю. Антохина, И. В. Боровко, В. С. Градов .....	79
Т. М. Товстик, Д. С. Булгакова .....	60	А. И. Крылова, Н. А. Лаптева .....	80
Н. В. Трачева, С. А. Ухинов.....	60	Л. И. Курбацкая .....	81
С. Е. Хрущев, А. В. Логачев .....	61	М. М. Лаврентьев, А. Г. Марчук, К. К. Облаухов.....	81
И. А. Шалимова, К. К. Сабельфельд .....	61		
Е. В. Шкарупа, М. Ю. Плотников .....	62		
Н. Х. Шлымбетов, А. В. Войтишек .....	62		
<b>Секция 3 .....</b>	<b>64</b>		
<b>Математическая геофизика .....</b>	<b>64</b>		
А. В. Горбачев, Р. Л. Аргун, Д. В. Чурбанов .....	64		

А. А. Леженин, В. Ф. Рапута .....	82	С. З. Джамалов, Б. Б. Холхужаев .....	102
В. В. Малахова .....	83	Т. А. Звонарева, О. И. Криворотько .....	103
А. Г. Марчук .....	83	К. Б. Кошелев, С. В. Стрижак .....	104
В. Г. Мизяк, А. В. Шляева, М. А. Толстых, В. С. Роговтов, К. А. Алипова, Г. С. Гойман .....	84	О. И. Криворотько, Н. Ю. Зятыков, А. В. Неверов, С. И. Кабанихин .....	104
А. Л. Осипов .....	85	К. С. Кузнецов, Е. В. Амосова .....	105
А. В. Павлова, С. Е. Рубцов, И. С. Телятников .....	85	А. С. Леонов, А. Г. Ягола, Д. В. Лукьяненко .....	105
Т. А. Пекарская, А. Н. Сибин .....	86	В. Г. Назаров .....	106
А. В. Пененко, В. В. Пененко .....	86	А. В. Неверов, О. И. Криворотько .....	106
А. В. Пененко, С. А. Шаабо .....	87	А. В. Нестерова, П. С. Рузанкин, Н. В. Денисова .....	107
Г. А. Платов, Е. Н. Голубева, Д. Ф. Якшина .....	88	В. Ф. Рапута, А. А. Леженин, Р. А. Кузьминых ...	108
М. В. Платонова, В. Д. Котлер, Е. Г. Климова .....	89	А. Н. Рогалёв .....	108
Э. А. Пьянова .....	89	В. Г. Романов, Т. В. Бугуева .....	109
В. Ф. Рапута, О. В. Шуваева, В. В. Коковкин, А. А. Нефедов, Д. Н. Половяненко .....	89	А. Сарсенбаева, С. Е. Касенов .....	109
И. С. Телятников, А. В. Павлова, С. Е. Рубцов .....	90	С. Б. Сорокин .....	110
Р. Ю. Фадеев, А. А. Кулешов, Б. С. Струков, А. А. Зеленко, Ю. Д. Реснянский .....	91	А. А. Тюхтина, А. В. Калинин .....	111
А. Г. Царина, Е. Г. Алексанян .....	91	Д. В. Чурбанов, Р. Л. Аргун, А. В. Горбачев .....	111
Е. А. Цветова .....	92	Н. Н. Шилов .....	112
Э. В. Цыбенова, К. А. Сортоева, А. В. Пененко .....	93	<b>Секция 7 .....</b>	<b>113</b>
М. С. Юдин .....	93	<b>Информационные и вычислительные системы .....</b>	<b>113</b>
<b>Секция 5 .....</b>	<b>95</b>	В. Н. Бабенко, А. П. Невечеря .....	113
<b>Суперкомпьютерные вычисления и программирование .....</b>	<b>95</b>	Г. К. Данилов .....	113
В. Н. Алеева .....	95	Е. Е. Девярых, А. Р. Герб, Г. А. Омарова .....	114
А. Р. Герб, Г. А. Омарова .....	95	П. А. Соколов, А. К. Манштейн .....	115
Е. А. Каратаева, А. В. Старченко .....	96	О. А. Федотова, В. Б. Барахнин .....	115
М. М. Краснов, О. Б. Феодоритова .....	96	А. В. Хрыпченко .....	116
И. М. Куликов .....	97	Г. Ш. Цициашвили .....	116
А. Ф. Сапетина, В. С. Захаров, В. Н. Мартынов .....	97	Т. О. Шелопут, Н. Б. Захарова, И. А. Косолапов, Р. Р. Дьяченко .....	117
В. М. Свешников, А. Н. Козырев, В. Д. Корнеев .....	98	<b>Секция 8 .....</b>	<b>118</b>
И. С. Ульяничев .....	98	<b>Биоинформатика и системная компьютерная биология .....</b>	<b>118</b>
<b>Секция 6 .....</b>	<b>100</b>	С. Дин, Р. Д. Халилов, В. П. Ложников, В. М. Ефимов .....	118
<b>Обратные задачи .....</b>	<b>100</b>	А. М. Мухин, Д. Ю. Ощепков, С. А. Лашин .....	118
А. А. Афанасьева, А. В. Старченко .....	100	Н. Л. Подколотный, С. В. Филонов, О. А. Подколотная, Н. Н. Твердохлеб, П. Пономаренко, Д. А. Рассказов, А. Г. Богомоллов, М. П. Пономаренко .....	119
К. С. Бобоев .....	100	Ч. А. Цгоев .....	120
А. В. Васюков, Е. А. Беклемышева, Д. А. Кравченко, С. А. Лавренков, И. Е. Смирнов .....	101		
А. К. Восербаетова, С. Е. Касенов, Ж. М. Бектемесов .....	101		
Н. И. Горбенко .....	102		

А. А. Шехова, Е. Д. Кареева, В. Абрамов, М. Г. Садовский.....	120	В. Н. Касьянов, Е. В. Касьянова, А. А. Малышев.....	137
А. А. Шехова, Е. Д. Кареева, М. Г. Садовский .	121	Ю. Г. Платонов, И. Ю. Платонова, И. Д. Макаренко.....	138
<b>Секция 9 .....</b>	<b>122</b>	С. В. Селиванова.....	139
<b>Методы искусственного интеллекта и машинное обучение.....</b>	<b>122</b>	<b>МИНИ-СИМПОЗИУМ .....</b>	<b>140</b>
В. Б. Бериков, О. А. Кутненко .....	122	<b>Моделирование и аппроксимация в математической физике и томографии.....</b>	<b>140</b>
И. А. Борисова .....	122	Е. В. Амосова, В. С. Лемешев .....	140
Л. П. Брагинская, А. П. Григорюк, М. Ким .....	123	Д. С. Аниконов.....	140
А. А. Гриневич.....	123	Д. С. Аниконов, Д. С. Коновалова, Е. Ю. Балакина.....	141
И. В. Дель, А. В. Старченко .....	124	В. С. Белоносов, А. Г. Швец .....	141
Р. Б. Джаркинов .....	125	В. Н. Белых.....	142
А. А. Загумённых, В. В. Наумова.....	125	П. А. Ворновских, И. В. Прохоров.....	142
Г. И. Казаков, А. В. Пененко, К. О. Иванов .....	126	А. Ф. Воронин .....	143
К. Н. Кириллов, Д. И. Михайлапов, А. А. Тулупов, В. Б. Бериков.....	126	В. П. Голубятников .....	143
А. Н. Левашов, А. В. Горбачев, И. Э. Степанова, А. Г. Ягола, Д. В. Лукьяненко .....	127	О. С. Золотухина, Э. В. Арбузов .....	144
А. В. Логачев, С. Е. Хрущев .....	128	В. Н. Лапин, А. С. Золотарев .....	145
А. О. Малинин, Н. В. Барановский, А. В. Базаров, Р. С. Сычев .....	128	Н. А. Люлько .....	145
А. С. Недбайлова, И. А. Пестунов.....	128	С. В. Мальцева, Е. Ю. Деревцов.....	146
М. И. Патук, В. В. Наумова.....	129	В. В. Пикалов .....	146
С. А. Ростомян, А. П. Королева, В. А. Глазунов .....	130	А. П. Полякова, Е. Ю. Деревцов .....	147
Н. В. Саломатина, И. С. Пименов .....	130	И. Е. Светов, А. П. Полякова, С. В. Мальцева ....	147
Е. В. Степанова, А. М. Камашев, Т. А. Ступина..	131	М. С. Хайретдинов, О. А. Копылова, Г. М. Шиманская .....	148
С. В. Стрижак, К. Б. Кошелев .....	132	И. П. Яровенко, И. В. Прохоров.....	148
В. А. Устюгов .....	132	<b>МИНИ-СИМПОЗИУМ .....</b>	<b>150</b>
В. К. Шаблыко, А. В. Пененко.....	133	<b>Цифровые двойники природных и технических систем.....</b>	<b>150</b>
Д. Ф. Якшина, Д. Демьяненко, Г. А. Платов .....	134	А. В. Еделева, Д. Н. Карамов, В. А. Огородников, Н. А. Каргаполова, М. С. Ацентьева .....	150
X. Yang, X. Wang.....	134	С. И. Колесникова, М. Д. Поляк, А. А. Фоменкова, А. А. Щеголева .....	150
<b>Секция 10.....</b>	<b>136</b>	В. Ф. Рапуга, А. А. Леженин .....	151
<b>Теоретическое, экспериментальное и системное программирование .....</b>	<b>136</b>	А. Н. Роголёв, Н. А. Федорова, Р. В. Вензелев...	152
И. В. Каблуков, Н. О. Ворожбитов, Э. Г. Тумуров, В. И. Шелехов .....	136		
В. Н. Касьянов, Т. А. Золотухин, Е. В. Касьянова .....	136		

## ПЛЕНАРНАЯ СЕКЦИЯ

### Численные методы решения некоторых задач с решениями типа "бегущей волны"

В. В. Васильев, К. П. Ильина

*Северо-Восточный федеральный университет им. М. К. Аммосова*

Email: vasvasil@mail.ru

Математическое моделирование актуальных прикладных проблем науки и техники во многих интересных приложениях приводит к задачам, имеющим решения типа бегущей волны. Примерами подобных задач являются начально-краевые задачи для уравнений: переноса, конвективной диффузии, Хопфа, Бюргерса, Баклея – Леверетта, Колмогорова – Петровского – Пискунова (Фишера), Кортвега – де Вриса, квазилинейное параболическое уравнение.

В докладе представлены эффективные численные методы решения начально-краевых задач некоторых из перечисленных задач. При этом для уравнений, одновременно описывающих различные физические процессы целесообразно использовать расщепление по физическим процессам. В случае многомерных задач используется расщепление по направлениям.

Рассмотрены три начально краевые задачи для дифференциальных уравнений с частными производными:

- для задачи Баклея – Леверетта с разрывным решением построена разностная схема сквозного счета "явный уголок" с временным шагом, определяемым из условия Ренкина – Гюгонио на скачке;
- в задаче Колмогорова – Петровского – Пискунова (Фишера) при задании финитного начального условия построена линейная разностная схема со специально подобранным временным шагом;
- задача для квазилинейное параболического уравнение лучистой теплопроводности с финитным начальным условием, имеющим решение типа "бегущей волны" с заданной скоростью использована неявная разностная схема сквозного счета.

Приведены результаты вычислительного эксперимента, показавшие достаточно высокую вычислительную эффективность построенных алгоритмов.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ № 23-41-30013.

### Устойчивые методы решения: обратные задачи и условная выпуклая минимизация

В. В. Васин<sup>1</sup>, И. А. Гайнова<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*Институт математики и механики УрО РАН*

<sup>2</sup>*Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН*

E-mail: vasin@imm.uran.ru

Обратная некорректно поставленная задача рассматривается в форме условной минимизации невязки линейного оператора  $\min\{|Au-f|^2 : u \in Q\}$ , где допустимое множество  $Q$  задано системами линейных равенств и неравенств в гильбертовом пространстве. В общем случае все входные данные  $A, f, Q$  заданы с погрешностью. После сведения исходной обратной задачи к эквивалентной постановке нахождения неподвижной точки оператора  $T(u) = P_Q(u - \beta(A^*Au - A^*f))$  устанавливается, что в условиях приближенного задания данных метод последовательных приближений, модифицированный с помощью корректирующих множителей порождает регуляризующий алгоритм аппроксимации нормального решения обратной задачи [1]. Заметим, что существующие прямые методы решения задачи квадратичной услов-

ной минимизации [2] этим свойством не обладают. Аналогичный подход позволяет построить итерационный процесс решения задачи минимизации выпуклого функционала на допустимом множестве  $Q$ , заданном системой выпуклых неравенств. Обсуждаются результаты численных экспериментов для модельных некорректных задач выпуклой минимизации и дается сравнительный анализ методов.

#### Список литературы

1. Васин В. В. Итерационные процессы фейеровского типа в задаче условной квадратичной минимизации // Труды Ин-та математики и механики УрО РАН. 2023. Т. 29, № 2. С. 26–41.
2. Lawson C.T, Hansen R. J. Solving least squares problem. Philadelphia: 1995, 2009.

#### **Электромагнитный мониторинг на Бишкекском прогностическом полигоне: проблемы и решения**

Ю. А. Дашевский<sup>1,3</sup>, А. К. Рыбин<sup>2</sup>, И. Н. Ельцов<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Новосибирский государственный университет

<sup>2</sup>Научная станция РАН, Бишкек

<sup>3</sup>Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН

E-mail: dashyuly48@mail.ru

Излагается патентуемый способ прогнозирования приближающегося сейсмического события на территории Бишкекского прогностического полигона, основанный на мониторинге тензочувствительных (индикаторных) участков массива горных пород, электрические свойства которых особенно чувствительны к вариациям напряженного состояния в очаговых зонах. Результат достигается на основе выполнения следующих операций.

Выполняют мониторинг нестационарного электрического поля заземленной электрической линии. Используют существующую сеть измерительных станций и ежедневно на каждой из станций проводят 3–6 сеансов измерений.

Обрабатывают полученные сигналы, для каждой из станций вычисляют среднесуточные значения трех индикаторов: время прихода максимума среднесуточного сигнала в пункт измерения, вольт-временная характеристика среднесуточного импульса, средний доверительный интервал суточных наблюдений.

Строят три временных ряда на основе среднесуточных значений каждого из индикаторов и для каждой из станций проводится сравнительный анализ временной динамики значений индикаторов на предмет выявления синхронизированных по времени аномалий устойчивой формы на всех трех рядах.

Рассматривают синхронизированные аномалии индикаторов как единую трехкомпонентную сигнатуру геологического вещества, реагирующего на подготовку сейсмотектонического события, на основе чего делают вывод о его приближении.

#### **Многосеточные методы декомпозиции областей в подпространствах Крылова**

В. П. Ильин

Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН

E-mail: ilin@sscc.ru

Исследуются предобусловленные итерационные методы для решения разреженных СЛАУ высшего порядка, возникающих при сеточных аппроксимациях многомерных краевых задач. Предлагаются комбинированные алгебраические методы декомпозиции областей с использованием многосеточных подходов в подобластях [1, 2]. Итерационные процессы конструируются на основе блочных алгоритмов не-

полной факторизации с диагональной компенсацией, формулируемых с помощью структур данных, сочетающих характерные свойства многосеточных подходов и алгебраической декомпозиции областей (ADDMG) в подпространствах Крылова. Исследуются свойства получаемых алгоритмов для решения симметричных и несимметричных алгебраических систем. Обсуждаются эффективные технологии распараллеливания алгоритмов на многопроцессорных вычислительных системах с распределенной и иерархической общей памятью. Приводятся предварительные результаты численных экспериментов для представительной серии методических задач.

#### Список литературы

1. Gurieva Y. L., Il'in V. P., Kozlov D. I. Parallel domain decomposition methods with graph preconditioning // Proc. Parallel computational technologies (PCT'2023). P. 215-228.
2. Batalov V. M., Gurieva Y., Petukhov A. On parallel multigrid methods for solving systems of linear algebraic equations // Sokolinsky, L., Zymber, M. (eds.) Parallel Comput. Technol. PCT 2023. Communications in Computer and Information Science. V. 1868. Springer.

#### **Некоторые особенности методов и алгоритмов моделирования трехмерных сжимаемых течений на произвольных неструктурированных сетках**

А. С. Козелков

ФГУП "РЯЦ-ВНИИЭФ", г. Саров

*Нижегородский государственный технический университет им. П. Е. Алексеева*

В данном обзорном докладе приводится описание некоторых актуальных алгоритмов, используемых при моделировании сжимаемых течений с ориентацией для применения на неструктурированных сетках [1–3] с конечно-объемной дискретизацией уравнений Навье – Стокса. Рассматриваются схема расчета градиентов, модифицированная схема ограничителей, схема расчета конвективных потоков с гибридной диссипацией, модификация модели рейнольдсовых напряжений для расчета отрывных течений, метод статической адаптации сеточной модели и инициализация начального решения. Приводятся примеры решения промышленных и фундаментальных задач динамики сжимаемого газа. Базой для реализации и численных экспериментов выступает пакет программ «Логос».

Результаты получены при поддержке национального проекта "Наука и университеты" в рамках программы Минобрнауки РФ по созданию молодежных лабораторий № FSWE-2024-0001 (научная тема "Разработка численных методов, моделей и алгоритмов для описания гидродинамических характеристик жидкостей и газов в естественных природных условиях, и условиях функционирования промышленных объектов").

#### Список литературы

1. Deryugin Y. N., Emel'yanova Y. V., Zhuchkov R. N., Utkina A. A. Hybrid dissipation scheme as applied to computational aeroacoustics // J. Comput. Math. and Math. Phys. 2018. Vol. 58, No. 9. P. 1426–1434.
2. Zhuchkov R. N., Utkina A. A. Combining the SSG/LRR- $\omega$  differential Reynolds stress model with the detached eddy and laminar-turbulent transition models // J. Fluid Dynamics. 2016. No. 51. P. 733–744.
3. Utkina A. A., Kozelkov A. S., Zhuchkov R. N., Strelets D. Yu. Numerical study of the influence of the critical Reynolds number on the aerodynamic characteristics of the wing airfoil // Fluids. 2023. No. 8. P. 276. <https://doi.org/10.3390/fluids8100276>.

**Стохастическое моделирование динамики популяций с учетом пространственной неоднородности и локальных ограничений на размножение индивидуумов**

К. К. Логинов, Н. В. Перцев, В. А. Топчий

*Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН*

E-mail: kloginov85@mail.ru

Представлена непрерывно-дискретная стохастическая модель, описывающая динамику пространственно неоднородной популяции. Индивидуумы популяции находятся в системе, состоящей из двух соединенных между собой компартментов. Перемещение индивидуумов между компартментами осуществляется по однонаправленным трубкам. Длительности перемещения индивидуумов по трубкам заданы константами или функциями, зависящими от времени. Индивидуумы, находящиеся во втором компартменте, могут контактировать с одним из центров размножения, расположенных в этом компартменте. В результате осуществления контакта с центром размножения индивидуум начинает процесс деления. Размножение возникающих за счет деления индивидуумов происходит до тех пор, пока численность потомства не превышает пороговый уровень, в противном случае размножение индивидуумов завершается. Образованная после завершения деления популяция содержит индивидуумов-потомков, которые не подвержены делению, и с течением времени покидают систему. Описаны вероятностная формализация модели и алгоритм численного моделирования, основанный на методе Монте-Карло. Приведены результаты вычислительного эксперимента. Расширенный вариант модели может быть использован для исследования процесса формирования адаптивного иммунитета в организме человека.

Работа выполнена в рамках государственного задания Института математики им. С. Л. Соболева СО РАН (проект № FWNF-2022-0003).

**Исследование  $N$ -частичного алгоритма метода Монте-Карло для решения уравнения Больцмана**

Г. А. Михайлов, Г. З. Лотова, С. В. Рогозинский

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

E-mail: gam@sscc.ru

Численно-статистические алгоритмы моделирования траекторий частиц существенно усложняются, если необходимо учитывать их взаимодействия. Соответствующие нелинейные задачи можно решать, используя линеаризацию с шагом  $\Delta t$  по времени, как, например, в методе Берда для уравнения Больцмана. Однако более эффективным может быть моделирование специального  $N$ -частичного ансамбля с вычислением соответствующей одночастичной плотности распределения, которая и оценивает решение нелинейной задачи. Такой алгоритм является составной частью известного подхода "mean field game". Ранее авторы доклада с помощью предварительных расчетов показали, что смещение  $N$ -частичной оценки имеет, по-видимому, порядок величины  $1/N$ . В настоящей работе эта гипотеза детально проверяется для задачи об однородной релаксации разреженного газа с псевдомаксвелловскими молекулами, для которой уравнение Больцмана имеет известное точное решение. Построена формула для коэффициента, определяющего смещение:  $g/N$ , и на этой основе определяются практически важные оптимальные соотношения между значением  $N$  и числом  $n$  выборочных значений оценки. Численные результаты подтверждают удовлетворительность сформулированных оценок; их анализ намечает путь точного обоснования формулы смещения.

**Численное моделирование кинетики химических реакций в мультифизических задачах**

А. В. Пененко<sup>1</sup>, М. А. Марченко<sup>1</sup>, В. А. Глазунов<sup>2</sup>, Ю. М. Лаевский<sup>1</sup>, И. Г. Черных<sup>1</sup>, С. Е. Киреев<sup>1</sup>, И. М. Куликов<sup>1</sup>,  
А. Е. Киреева<sup>1</sup>, Г. А. Омарова<sup>1</sup>, М. А. Городничев<sup>1</sup>, Ю. Г. Медведев<sup>1</sup>, С. И. Решетников<sup>3</sup>, А. Г. Шмаков<sup>4</sup>,  
А. С. Носков<sup>3</sup>, Т. А. Большова<sup>4</sup>, И. Е. Герасимов<sup>4</sup>

<sup>1</sup>*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

<sup>2</sup>*РФЯЦ Всероссийский научно-исследовательский институт экспериментальной физики*

<sup>3</sup>*Институт катализа СО РАН*

<sup>4</sup>*Институт химической кинетики и горения им. В. В. Воеводского СО РАН*

E-mail: a.penenko@yandex.ru

Разработка современных энергетических установок и двигателей, различных химико-технологических процессов, новых высокотехнологичных материалов, а также их эксплуатация в оптимальных условиях и с соблюдением всех требований безопасности невозможны без применения пакетов моделирующих программ. Особый научный и практический интерес представляет задача моделирования химической кинетики в рамках мультифизических постановок, где расчет химических реакций может потребоваться одновременно в миллионах ячеек.

Для эффективного решения этой вычислительной задачи проводится предварительная оценка производительности численных алгоритмов для выбранной кинетической модели с помощью расчетов в модельных постановках (ректорах), не требующих подключения внешних мультифизических моделей. На основе такого анализа проводится редукция химических механизмов, а также построение суррогатных моделей. После упрощения, решение систем обыкновенных дифференциальных уравнений осуществляется для ансамблей входных параметров. Для использования эффекта масштаба в составе мультифизических постановок и учета свойств моделей химической кинетики разрабатываются приближенные алгоритмы на основе кластеризации и матриц чувствительности. Для решения систем ОДУ используются как хорошо зарекомендовавшие себя известные алгоритмы (например, RADAU5), так и новые алгоритмы собственной разработки.

Исследование выполнено в рамках научной программы Национального центра физики и математики (проект "Математическое моделирование на супер-ЭВМ экса- и зеттафлопсной производительности") по проекту "Разработка библиотеки моделирования кинетики химических реакций".

**Проблемы природоохранного прогнозирования**

А. В. Пененко, В. В. Пененко

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

E-mail: a.penenko@yandex.ru

Одна из главных проблем природоохранного прогнозирования – это наличие целого спектра неопределенностей, который тянет за собой вопрос о "достаточной сложности" и об интегрированности моделей, участвующих в экологических прогнозах.

Основные типы неопределенностей в моделях качества атмосферы – это неполное знание источников воздействий, конкретных параметров в уравнениях модели, в параметризациях подсеточных масштабов, в цепочках трансформаций и т. д. Наилучшим выходом здесь видится усвоение данных наблюдений в режиме не только прямых, но и обратных связей. Задачи поиска источников и идентификация параметров – самые распространенные постановки таких задач. В условиях дефицита данных измерений целесо-

образно использовать методы решения обратных задач продолжения, учитывая, что математические модели в режиме усвоения данных выступают в роли инструментов интерполяции или экстраполяции данных расчетов или данных наблюдений.

Интегрированность в моделях качества атмосферы для задач охраны окружающей среды осуществляется с помощью нескольких составляющих: моделей процессов, моделей и данных наблюдений, а также и управляющих соотношений, которые должны объединить цели и результаты исследований. Методы теории чувствительности работают здесь через оценки вариаций обобщенных функционалов, которые формулируют цели исследований, к возмущениям параметров системы для всего комплекса моделей, для отдельных фрагментов моделей, для целевых функционалов качества прогнозирования природной среды и т. д. при решении конкретных задач.

Таким образом, актуальными задачами на будущее видится продолжение реализации интегрированного подхода модели – данные на новых принципах и на новых вычислительных мощностях.

Работа выполнена в рамках бюджетного проекта ИВМиМГ СО РАН (FWNM-2022-0003).

### **Численное исследование взаимосвязей компонент климатической системы Арктики в условиях глобального потепления**

Г. А. Платов<sup>1</sup>, В. Н. Крупчатников<sup>1,2</sup>, Е. Н. Голубева<sup>1</sup>, В. С. Градов<sup>1</sup>, М. А. Градова<sup>1</sup>, М. В. Крайнева<sup>1</sup>,  
Д. Ф. Якшина<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН

<sup>2</sup>Институт физики атмосферы РАН

E-mail: platov.g@gmail.com

Усиленное потепление Арктики рассматривается с точки зрения взаимосвязи атмосферной циркуляции северного полушария с количеством морского льда в Арктике. Можно выделить три режима воздействия приземного ветра на арктический морской лед. Первый связан с типом циркуляции вод в Арктике. Второй регулирует трансполярный дрейф. Третий – изменчивость циклонического круговорота в северной части Атлантики и связан с атлантификацией арктических морей. С другой стороны, сокращение льда приводит к ослаблению температурного градиента на уровне атмосферной тропопаузы в средних широтах, ослаблению зонального ветра, локальному усилению или ослаблению атмосферной волновой активности и изменению частоты и интенсивности блокирований. Оценка чувствительности системы океан-лед к временным масштабам атмосферных процессов на основе модели SibCIOM показала, что скорость уменьшения значения годового минимума льда в период глобального потепления снижается почти в три раза, когда атмосферное воздействие не содержит вариаций 8–30-дневного масштаба, то есть если исключено образование атмосферных блокингов.

Результаты исследования роли океана при увеличении концентрации CO<sub>2</sub> с помощью модели ICMMG-PlaSim показывают, что: а) океан способствует увеличению среднегодовых значений температуры и уменьшению амплитуды ее сезонных колебаний, что приводит к небольшим изменениям в летний период и к значительному смягчению зимнего; б) океан стабилизирует среднегодовое состояние арктического колебания, делая его практически независимым от CO<sub>2</sub>, но в то же время способствует значительному увеличению сезонности этого колебания, в) в океане усиливается термическая составляющая сезонного хода, связанная с появлением дополнительных площадей, свободных ото льда. Численное исследование показывает также наличие взаимосвязи колебаний Атлантической меридиональной опрокидывающей циркуляции (АМОК) с циркуляцией вод в Арктическом бассейне и теплосодержанием слоя атлантических вод в Арктике.

Исследование выполнено в рамках государственного задания ИВМиМГ СО РАН № FWNM-2022-0003.

**Обратная задача для волнового уравнения с двумя нелинейными членами**

В. Г. Романов

*Институт математики СО РАН*

E-mail: romanov0511@gmail.com

Для гиперболического уравнения второго порядка, содержащего два нелинейных члена, изучается обратная задача заключающаяся о определении коэффициентов при нелинейностях. Рассматривается задача Коши с источником, сосредоточенным в точке  $u$ . Эта точка является параметром задачи и пробегает последовательно некоторую сферическую поверхность  $S$ . Предполагается, что искомые коэффициенты отличны от нуля только в области, лежащей внутри  $S$ . Задается след решения задачи Коши на  $S$  для всевозможных значений  $u$  и для моментов времени, близких к приходу волны от источника в точки поверхности  $S$ . Показывается, что задание такой информации о решении задачи Коши позволяет свести рассматриваемую обратную задачу к двум последовательно решаемым задачам интегральной геометрии на семействе прямых линий с заданными весовыми функциями. Для этих задач найдены оценки устойчивости их решений.

Работа выполнена в рамках государственного задания ИМ СО РАН (проект FWNF 2022-0009).

**Новые представления кратных и повторных стохастических интегралов в приложении к численному решению стохастических дифференциальных уравнений**

К. А. Рыбаков

*Московский авиационный институт (Национальный исследовательский университет)*

E-mail: rkoffice@mail.ru

В докладе приводятся результаты, связанные с представлениями кратных и повторных стохастических интегралов Ито и Стратоновича по различным комбинациям независимых компонент векторного винеровского процесса. Представленные результаты основаны на методе кратных рядов Фурье [1] и на спектральной форме математического описания систем управления [2], используемой для анализа выходных процессов линейных непрерывных стохастических систем [3].

Эти результаты ориентированы на получение моделирующих формул для повторных стохастических интегралов Ито и Стратоновича, необходимых при реализации численных методов решения нелинейных стохастических дифференциальных уравнений с высокими порядками сильной или среднеквадратической сходимости.

Работа выполнена в рамках государственного задания (тема FSFF-2023-0008).

Список литературы

1. Kuznetsov D. F. Strong approximation of iterated Ito and Stratonovich stochastic integrals based on generalized multiple Fourier series. Application to numerical integration of Ito SDEs and semilinear SPDEs (Third edition) // Дифференциальные уравнения и процессы управления. 2023. № 1. С. А.1–А.947.
2. Рыбаков К. А. Алгоритмическое обеспечение численно-спектральных методов моделирования стохастических динамических систем // Моделирование и анализ данных. 2023. Т. 13. № 3. С. 79–95.
3. Рыбаков К. А. Спектральный метод моделирования линейных непрерывных стохастических систем. М.: Изд-во МАИ, 2021.

**Новые стохастические алгоритмы повышенной точности для решения линейных уравнений большой размерности и приложения в задачах фотоники и хемотаксиса**

К. К. Сабельфельд

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

E-mail: karl@osmf.ssc.ru

Традиционные сферы применения методов Монте-Карло и алгоритмов стохастического моделирования связаны с различными областями науки и технологии, где ключевой трудностью является высокая размерность задачи, но при этом нет жестких требований к точности вычислений. Это значительно сужает области применения стохастических алгоритмов в современных условиях, когда требования к точности постоянно повышаются. Однако проблема создания численных алгоритмов, которые справлялись бы с большими размерностями задачи и обеспечивали бы высокую точность, остается большим вызовом для любых численных методов. Методы Монте-Карло, хорошо справляясь с размерностью задачи, характеризуются резким возрастанием трудоемкости с увеличением точности расчетов. В данной работе представлен гибридный алгоритм для решения больших систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), основанный на комбинировании векторного рандомизированного алгоритма, предложенного нами в статье [1], и метода итерационного уточнения, предложенного в различных формулировках в работах [2] и [3]. Такой подход позволяет увеличить точность на два порядка за счет увеличения времени расчетов в среднем лишь в 4 раза, в то время как традиционным алгоритмам метода Монте-Карло на это потребовалось бы увеличить время расчетов в 10000 раз. Возможности разработанного метода демонстрируются решением нелинейных задач хемотаксиса и фотоники.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда, грант № 24-11-00107.

## Список литературы

1. Sabelfeld K. A new randomized vector algorithm for iterative solution of large linear systems // Appl. Math. Lett. 2022. Vol. 126. Art. No. 107830. DOI: 10.1016/j.aml.2021.107830.
2. Sabelfeld K. K., Kireeva A. E. Randomized vector iterative linear solvers of high precision for large dense matrices // Monte Carlo Meth. and Appl. 2023. Vol. 29, iss. 4. P. 323-332.
3. Halton J. H. Sequential Monte Carlo techniques for the solution of linear systems // J. Sci. Comput. 1994. Vol. 9, No. 2. P. 213–257.

**Алгоритмы восстановления двумерного векторного поля по лучевым преобразованиям его моментов**И. Е. Светов<sup>1,2</sup>, Е. Ю. Деревцов<sup>1</sup>, А. П. Полякова<sup>1</sup>, С. В. Мальцева<sup>1</sup><sup>1</sup>*Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН*<sup>2</sup>*Новосибирский государственный университет*

E-mail: svetovie@math.nsc.ru

Лучевым преобразованиям моментов тензорных полей в последние несколько лет посвящено довольно много работ, в большей части которых исследуются традиционные вопросы реконструкции тензорных полей, заданных на римановых многообразиях или евклидовых пространствах, по их известным продольным лучевым преобразованиям моментов. Существенно меньше работ, в которых предлагаются формулы или процедуры обращения, конструктивные методы и алгоритмы решения задач восстановления тензорных полей по лучевым преобразованиям их моментов. В 2023 г. Е. Ю. Деревцовым предложены относительно простые подходы восстановления векторного поля по лучевым преобразованиям моментов обоих типов, – продольным или поперечным.

В докладе предложены и обоснованы алгоритмы восстановления векторного поля по известным продольным или поперечным лучевым преобразованиям его моментов. Исследованы свойства нескольких алгоритмов в зависимости от дискретизации данных, уровня и характера шума, гладкости векторного поля. Эксперименты показали хорошие результаты восстановления векторных полей по лучевым преобразованиям их моментов.

Работа осуществлена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект 24-21-00200).

**Математики М. В. Келдыш и Г. И. Марчук – Президенты АН СССР: покорение атома, космоса, ЭВМ – "ракетно-ядерный щит". Посвящается 300-летию Академии наук и 60-летию ВЦ СО АН СССР**

Т. А. Сушкевич

*Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша РАН*

E-mail: tamaras@keldysh.ru

Указы Президента от 31.03.2023 № 229 "Об утверждении Концепции внешней политики РФ" и от 28.02.2024 № 145 "О Стратегии научно-технологического развития РФ" являются актуализацией приоритетных целей и задач внешней и внутренней государственной деятельности в исторических условиях обеспечения суверенитета и безопасности, а также вызовом для отечественной науки и развития постиндустриального технологического уклада – "космической" и "цифровой" цивилизации. Вышли указы в интеллектуальной сфере: Распоряжение Правительства РФ от 03.05.2024 № 1086-р "Об установлении Дня математика" (1 декабря); Указ Президента от 07.05.2024 № 309 "О национальных целях развития РФ на период до 2030 г. и на перспективу до 2036 г."; Указ Президента от 08.05.2024 № 314 "Об утверждении Основ государственной политики РФ в области исторического просвещения". В реальностях, когда "математика – производительная сила", в год 300-летия Академии наук и 60-летия первого в Сибири Вычислительного центра СО АН СССР, который был основан для выполнения стратегических работ, связанных с программами космических исследований и созданием "Ракетно-ядерного щита" на основе "новых технологий" – прикладная математика, расчеты, ЭВМ и т.д., обязаны помнить: фундаментальные основы заложены М. В. Келдышем (10.02.1911-24.06.1978) – первым математиком Президентом АН СССР (1961-1975) и Г. И. Марчуком (08.06.1925-24.03.2013) – математиком, к сожалению, последним Президентом АН СССР (1986-1991), которые руководили наукой в ответственные моменты истории СССР. С именами создателей "Ракетно-ядерного щита" трех последних Президентов АН СССР – М. В. Келдыша, А. П. Александрова, Г. И. Марчука – связана высочайшая оценка их деятельности "золотой век отечественной науки". Именем Президента названа "Эпоха Келдыша". Науки нет без преемственности: "История науки является орудием достижения нового". Важно помнить эпохальное событие: 75 лет испытания первой "атомной бомбы" 29.08.1949 – статус второй атомной державы СССР и конец американской монополии.

**Численный метод решения двумерного уравнения неразрывности на лагранжево-эйлеровой сетке**

О. М. Чередниченко<sup>1</sup>, В. В. Шайдуров<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>*Сибирский федеральный университет*

<sup>2</sup>*Институт вычислительного моделирования СО РАН*

E-mail: ocherednichenko@sfu-kras.ru

В работе рассматривается модельная начально-краевая задача для двумерного уравнения неразрывности и строится численный метод ее решения с рядом полезных свойств. Используется лагранжево-эйлерова сетка, построенная с помощью характеристических траекторий, равномерная по времени и нерав-

номерная по пространству. Для аппроксимации дифференциального оператора применяется интегро-интерполяционный метод. Полученная численная схема обладает свойствами выполнения закона сохранения на дискретном уровне, монотонности, является явной и дает решение поставленной дифференциальной задачи со вторым порядком по пространству и времени. Дается математическое обоснование перчисленных свойств.

### **Чувствительность функций отклика в задачах вариационного усвоения данных**

В. П. Шутяев<sup>1</sup>, Е. И. Пармузин<sup>1</sup>, И. Ю. Геджадзе<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*Институт вычислительной математики РАН*

<sup>2</sup>*INRAE, Montpellier*

E-mail: victor.shutyayev@mail.ru

Задача вариационного усвоения данных для нелинейной эволюционной модели сформулирована как задача оптимального управления для нахождения одновременно неизвестных параметров и начального состояния модели. Функция отклика рассматривается как функционал от оптимального решения, найденного в результате ассимиляции. Исследована чувствительность функционала к данным наблюдений. Градиент функционала по отношению к данным наблюдений связан с решением нестандартной задачи, включающей систему прямых и сопряженных уравнений. На основе гессиана исходной функции стоимости изучается разрешимость нестандартной задачи. Сформулирован и обоснован алгоритм вычисления градиента функции отклика по отношению к данным наблюдений. Представлены результаты численных экспериментов по исследованию чувствительности в задаче вариационного усвоения данных для модели термодинамики Черного моря, разработанной в ИВМ РАН.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект 20-11-20057-П).

#### Список литературы

1. Gejadze I., Le Dimet F.-X., Shutyaev V. On analysis error covariances in variational data assimilation // SIAM J. Sci. Comput. 2008. Vol. 30, iss. 4. P. 1847–1874.
2. Gejadze I., Shutyaev V. On gauss-verifiability of optimal solutions in variational data assimilation problems with nonlinear dynamics // J. Comp. Phys. 2015. Vol. 280. P. 439-456.
3. Shutyaev V. P., Le Dimet F.-X. Sensitivity of functionals of variational data assimilation problems // Doklady Mathematics. 2019. Vol. 99, iss. 3. P. 295-298.
4. Shutyaev V., Le Dimet F.-X., Parmuzin E. Sensitivity of response functions in variational data assimilation for joint parameter and initial state estimation // J. Comp. Appl. Math. 2020. Vol. 373 (112368). P. 1–14.
5. Shutyaev V., Zalesny V., Agoshkov V., Parmuzin E., Zakharova N. Four-dimensional variational data assimilation and sensitivity of ocean model state variables to observation errors // J. Marine Sci. Engin. 2023. Vol. 11. 1253.

**Совместная инверсия гравитационных и магнитных полей в геофизике**

А. Г. Ягола<sup>1</sup>, Я. Ван<sup>2</sup>, А. С. Леонов<sup>1,3</sup>, Д. В. Лукьяненко<sup>1</sup>, И. Э. Степанова<sup>1,4</sup>, Д. В. Чурбанов<sup>1</sup>

Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова

Институт геологии и геофизики Китайской академии наук (Китай)

Московский инженерно-физический институт

Институт физики Земли им. О. Ю. Шмидта РАН

Email: yagola@physics.msu.ru

В данном докладе рассматриваются вопросы разработки теории, алгоритмов, численных методов и программного комплекса для решения обратной задачи по совместному определению трехмерных гравитационных и магнитных характеристик подземных геологических структур (например, распределений плотности вещества и его магнитной восприимчивости) с использованием совокупности экспериментальных данных гравиразведки и магниторазведки.

Обсуждаются конкретные результаты инверсии таких потенциальных полей.

1. Проведены расчеты по определению толщины марсианской коры по топографическим и гравиметрическим данным с использованием построения 8 аппроксимаций соответствующих сигналов (см. [1]).

2. С использованием разработанных методов обработаны реальные экспериментальные данные, полученные с помощью автоматической межпланетной станции MESSENGER (см. [2]).

3. С использованием алгоритма, основанного на преобразовании Фурье уравнений, связывающих поля и распределение их источников, обработаны реальные данные аэромагнитной съемки (см. [3]).

4. За счет совместного использования нейросетевых алгоритмов (см. [4]) и методов вариационной регуляризации Тихонова реализована обработка экспериментальных гравитационных данных в районе Эльбруса.

Исследование выполнено при поддержке Российского научного фонда (проект RSF-NSFC 23-41-00002) и Национального естественнонаучного фонда Китая (гранты № 12261131494, 12171455).

**Список литературы**

1. Stepanova I. E., Yagola A. G., Lukyanenko D. V., Kolotov I. I. On constructing of magnetic and gravity images of Mercury from satellite data // *Izvestiya. Physics of the Solid Earth*. 2024. Vol. 60, No. 3. P. 441–458.

2. Kolotov I., Lukyanenko D., Stepanova I., Wang Y., Yagola A. Recovering the near-surface magnetic image of mercury from satellite observations // *Remote Sensing*. 2023. Vol. 15, No. 8. 2125.

3. Леонов А. С., Лукьяненко Д. В., Ягола А. Г. "Быстрый" алгоритм решения некоторых трехмерных обратных задач магнитометрии // *Математическое моделирование*. 2024. Т. 36, No. 1. С. 41–58.

4. Bai Z., Wang Y., Wang C., Yu C., Lukyanenko D., Stepanova I., Yagola A. Joint gravity and magnetic inversion using CNNs' deep learning // *Remote Sensing*. 2024. Vol. 16, No. 7. 115.

## СЕКЦИЯ 1

### Методы вычислительной алгебры и решения уравнений математической физики

#### Применение регуляризации по Годунову для аппроксимации, интерполяции, сглаживания и экстраполяции сеточных функций

К. К. Абдишерипов<sup>1</sup>, Э. А. Бибердорф<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Новосибирский государственный университет

<sup>2</sup>Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН

E-mail: abdisheripovkk@mail.ru

Метод регуляризации плохо обусловленных систем, основанный на предположении о гладкости решения, был предложен С. К. Годуновым в 1988 г. [1, 2]. Он применяется в данной работе в гибридной задаче аппроксимации и интерполяции сеточной функции, т.е. для определения ее значений на узлах мелкой сетки, если она изначально задана на более крупной. Гладкость получаемой аппроксимации регулируется одним из параметров. Основой алгоритма служит метод наименьших квадратов, что позволяет использовать метод Лагранжа для обоснования оценок сходимости и гладкости. Применение данного подхода без перехода на мелкую сетку представляет собой сглаживание сеточной функции. Аналогичная методика показывает высокую эффективность в задачах экстраполяции.

Возможности данного метода демонстрируются на различных примерах. В частности, приводится решение краевой задачи для волнового уравнения с быстро меняющимися граничными условиями, решение уравнений гемодинамики методом Мак Кормака, а также примеры экстраполяции данных. Многочисленные расчеты показывают эффективность метода.

Работа выполнена в рамках государственного задания Института математики им. С. Л. Соболева СО РАН (проект № FWNF-2022-0008).

#### Список литературы

1. Годунов С. К., Антонов А.Г., Кирплюк О.П., Костин В. И. Гарантированная точность решения систем линейных уравнений в евклидовых пространствах. Новосибирск: Наука; Сиб. отд-ние, 1988. 456 с.
2. Кабанихин С. И. Обратные и некорректные задачи. Новосибирск: Сиб. науч. изд-во, 2009. С. 458.

#### Использование сеточно-характеристического метода для исследования среды, содержащей трещины

И. Н. Агрелов, Н. И. Хохлов

Московский физико-технический институт

E-mail: agrelov.in@phystech.edu

Анизотропия играет важную роль в задаче поиска месторождений газа и нефти, так как позволяет получать информацию о трещинах на основе сейсмических данных. Под анизотропией понимается зависимость скорости распространения волны от ее направления. Целью данной работы является численное исследование анизотропии скорости распространения упругих волн в среде, содержащей трещины. Для численного решения уравнений линейной теории упругости в работе используется сеточно-характеристический метод [1].

Условия задачи были взяты из исследования [2] по измерению анизотропии скорости распространения волн в пористой трещиноватой среде, в рамках которого было изготовлено несколько бетонных блоков, содержащих трещины, наполненные воздухом, а затем были проведены замеры скорости прохождения упругих волн параллельно и перпендикулярно направлению трещин.

Для численного исследования скорости распространения волн трещиноватая среда была заменена двумерной вычислительной сеткой. Для дискретизации трещин, с учетом ширины их раскрытия, использовались наложенные сетки [3]. Был проведен ряд численных экспериментов, в которых волна запускалась параллельно и перпендикулярно направлению трещин. В результате было получено значение анизотропии скорости распространения волновых возмущений в трещиноватой среде.

Исследование выполнено при поддержке гранта Российского научного фонда (проект № 20-71-10028).

#### Список литературы

1. Favorskaya A. V. [et al.]. Modelling the wave phenomena in acoustic and elastic media with sharp variations of physical properties using the grid-characteristic method // *Geophys. Prospecting*. 2018. V. 66(8). P. 1485-1502.
2. Zhang Y. [et al.]. Effects of background porosity on seismic anisotropy in fractured rocks: An experimental study // *Appl. Sci.* 2023. V. 13. C. 8379.
3. Khokhlov N. [et al.]. Grid-characteristic method using Chimera meshes for simulation of elastic waves scattering on geological fractured zones // *J. of Comput. Phys.* 2021. V. 446:110637.

#### **Моделирование свип-сигнала в наземной электроразведке с применением быстрого преобразования Фурье**

Д. А. Архипов<sup>1</sup>, Э. П. Шурина<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>*Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А. А. Трофимука СО РАН*

<sup>2</sup>*Новосибирский государственный технический университет*

E-mail: d\_arhipov@list.ru

В наземной электроразведке используют нестационарный режим генераторной катушки, при котором поведение напряженности электромагнитного поля описывается уравнением второго порядка по пространству и по времени. Эффективными методами решения нестационарных уравнений являются неявные схемы, которые для поиска решения на очередном временном слое используют результаты, полученные на предыдущих шагах, что исключает возможность применения параллельных методов для ускорения времени моделирования.

Использование свип-сигнала позволяет исследовать область на разных глубинах, но приводит к необходимости строить конечно элементную дискретизацию на большом числе шагов по времени. Для ускорения процесса поиска решения в работе используется прямое быстрое преобразование Фурье для перехода к решению уравнения Гельмгольца на наборе частот, которые решаются параллельно. Для восстановления функции от времени с некоторой погрешностью обратное преобразование Фурье строится на ограниченном числе частот. Дискретизация по пространству строится векторным методом конечных элементов на тетраэдральном нерегулярном разбиении расчетной области.

Работа выполнена при финансовой поддержке проекта FWZZ-2022-0030.

**О влиянии погрешностей округлений на точность вычисления поправки в подпространстве Крылова**В. Н. Бабенко<sup>1</sup>, В. П. Ильин<sup>2</sup><sup>1</sup>Краснодарское высшее военное училище<sup>2</sup>Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН

E-mail: rnibvd@mail.ru

Для вычисления решения СЛАУ большой размерности с разреженными матрицами  $Au = f$ , главным средством являются итерационные методы в подпространствах Крылова. Пусть  $u^n$  – некоторое приближенное решение исходной системы, а  $d^n = u - u^n$  – его поправка, которую будем искать в подпространстве  $K_m(r, Ar^n, \dots, A^{m-1} r^n)$ , где  $r^n = f - Au^n$  – невязка, порождаемая приближенным решением. Численная устойчивость алгоритма рассматриваемой системы характеризуется числом обусловленности матрицы  $\text{cond}(A)$ . Процесс вычисления последовательных приближений производится путем построения базиса из направляющих векторов, ортогональность которых может нарушаться. В работе исследуется вопрос влияния погрешностей округления на точность получаемого численного решения.

**Многосеточные методы неполной факторизации в подпространствах Крылова**

М. А. Баталов

Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН

E-mail: makcum1990@list.ru

Рассматриваются итерационные методы в подпространствах Крылова для решения трехмерной задачи с оператором Лапласа, аппроксимируемой на кубических неструктурированных сетках. Предобусловливатель исходной СЛАУ строится на основе рекурсивных алгоритмов и структур данных для построения операторов многосеточного метода неполной факторизации. Обсуждается реализация рекурсивных алгоритмов и структур данных с использованием программного пакета INMOST. Показываются возможные расширения рекурсивных алгоритмов для разных типов данных, которые могут находиться не только в центре рассматриваемой ячейки. Исследуются некоторые свойства перенумерации узлов для исходных неструктурированных сеток. Приводятся результаты численных экспериментов для методических прикладных задач с данными, характерными для моделирования геофизического ядра.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (код проекта 24-21-00402).

**О решении больших нелинейных эволюционных задач релаксацией формы волны в сочетании с блочными подпространствами Крылова**

М. А. Бочев

Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша РАН

E-mail: botchev@ya.ru

Применение для решения уравнений в частных производных, таких как нелинейные уравнения теплопроводности, уравнения Навье – Стокса, уравнения Лиувилля – Брату – Гельфанда и других, дискретизация по пространству приводит к большой системе нелинейных дифференциальных уравнений по времени. Для решения таких систем предлагается вариант итерационного метода типа релаксации формы волны. В этих методах шагов по времени нет, решение ищется итеративно сразу на некотором временном интервале. На каждой итерации возникает большая система неоднородных линейных дифференциальных уравнений, которую предлагается решать экспоненциальной схемой с блочными подпространствами Крылова. Представленные тесты показывают, что данный подход может быть более эффективен, чем

обычные пошаговые неявные схемы интегрирования по времени. Кроме того, такой подход может быть распараллелен по времени. Получены также достаточные условия сходимости итераций релаксации волны.

Список литературы

1. Botchev, M. A. On convergence of waveform relaxation for nonlinear systems of ordinary differential equations. *Calcolo* 61, 29 (2024). <https://doi.org/10.1007/s10092-024-00578-0>.

### **Решения начально-краевых задач, растущие локально по времени**

Л. Ван<sup>1</sup>, Э. А. Бибердорф<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Новосибирский государственный университет

<sup>2</sup>Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН

E-mail: l.van3@g.nsu.ru

В данной работе рассматриваются такие решения линейных начальных и начально-краевых задач, которые растут на начальном временном отрезке при том, что нулевое решение устойчиво по Ляпунову, а значит спектр оператора лежит в области устойчивости. На примерах проанализирована связь таких решений со свойствами и расположением пятен псевдоспектра (или  $\epsilon$ -спектра) оператора [1]. В частном случае получены оценки для максимума нормы решения. Создано два алгоритма, которые позволяют находить начальные данные для растущего решения. Один из алгоритмов использует матрицу из собственных векторов, а другой основан на методе дихотомии [2]. С помощью данных алгоритмов было построено локально растущее решение задачи Коши для моделей флаттера и системы Навье – Стокса, линеаризованной в окрестности плоско-параллельного течения Пуазеля.

Наличие у линеаризованных задач решений, растущих локально по времени, может быть одним из объяснений известных докритических ламинарно-турбулентных переходов [3], а также так называемой "практической неустойчивости".

Работа выполнена в рамках государственного задания Института математики им. С. Л. Соболева СО РАН (проект № FWNF-2022-0008).

Список литературы

1. Годунов С. К. Современные аспекты линейной алгебры. Новосибирск: Научная книга. 1997.

2. Буньков В. Г., Годунов С. К., Курзин В. Б., Садкане М. Применение нового математического аппарата "Одномерные спектральные портреты матрицы" к решению проблемы аэроупругих колебаний решеток лопастей // Ученые записки ЦАГИ. 2009. Т. 40, № 6.

3. Trefethen L. N., Trefethen A. E., Reddy S. C., Driscoll T. A. Hydrodynamic stability without eigenvalues // *Science*. 1993. Vol. 261 (5121). 578-584 DOI: 10.1126/science.261.5121.578.

### **Распараллеливание процедур перетоков при моделировании разработки нефтяных месторождений с учетом гравитации**

К. М. Виноградов

Новосибирский государственный технический университет

E-mail: pm92.vinogradov@gmail.com

В настоящее время важное значение имеют результаты моделирования и прогнозирования процессов нефтедобычи. Процесс переноса фаз в реализованном методе моделирования является одним из

ключевых этапов, однако он также занимает значительную долю времени выполнения симуляции. Его ускорение способно сэкономить значительное количество времени.

В качестве математической модели используется система уравнений, основанная на законе Дарси и законе сохранения масс:

$$-\operatorname{div}\left(\sum_{m=1}^M \frac{k^m}{\eta^m} \mathbf{K}\left(\operatorname{grad}(P + P_c^m) + \rho^m \vec{g}\right)\right) = \sum_{m=1}^M F^m,$$

$$P|_{\Gamma_1} = P_{T_1},$$

$$\sum_{m=1}^M \frac{k^m}{\eta^m} \mathbf{K}\left(\operatorname{grad}(P + P_c^m) + \rho^m \vec{g}\right)\Big|_{\Gamma_2} \cdot \vec{n} = \theta$$

Для решения приведенной системы используется метод конечных элементов. Его преимуществом является то, что он находит ближайшее решение в энергетической норме, позволяя добиться высокой точности не только поля давления, но и значений скорости жидкости внутри пласта. В качестве инструмента для распараллеливания этапа переноса фаз и обновления состояния ячеек был выбран стандарт OpenMP.

В результате проделанной работы переработан и распараллелен алгоритм расчета перетекающих объемов и масс, распараллелены пересчет потоков фаз с учетом балансировки, расчет температуры при конвективном теплообмене, алгоритмы обновления состояния ячеек. Одной из моделей, выбранных для замеров результатов ускорения, была модель двухфазного течения нефтеводяной смеси. В результате исследования на нескольких потоках было достигнуто ускорение почти в 3 раза. Также проводились исследования на многокомпозиционной модели трехфазного течения газожидкостной смеси. В данном случае на нескольких потоках было достигнуто ускорение более чем в 3 раза.

#### **Решение двумерного уравнения неразрывности консервативным полулагранжевым методом на двух сетках с разными шагами по времени**

А. В. Вяткин<sup>1</sup>, Е. В. Кучунова<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Институт вычислительного моделирования СО РАН

<sup>2</sup>Сибирский федеральный университет

E-mail: al357@yandex.ru

В работе предложен оригинальный подход вычисления решения двумерного уравнения неразрывности на вычислительной сетке, состоящей из двух частей, в которых используются разные шаги по времени. Главная особенность описанного подхода состоит в методе вычисления численного решения в узлах, находящихся на стыке границ двух сеток. Теоретически обосновано, что разработанный метод имеет первый порядок сходимости численного решения к точному решению. В дополнение к этому, теоретически подтверждено выполнение закона сохранения для численного решения в норме пространства  $L_1$ . Проведены вычислительные эксперименты, подтверждающие теоретические выкладки.

**Метод конечных объемов для оценки опционов в модели Блэка – Шоулза**

Н. И. Горбенко

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

Email: nikolay.gorbenko@sscc.ru

Представлена схема четвертого порядка по пространству и времени для уравнения Блэка – Шоулза, основанный на тождестве Марчука. Для интегрирования по времени полученной схемы используется явный метод Рунге – Кутты. Приведено подробное описание схемы и численные тесты, чтобы подчеркнуть эффективность метода

Список литературы

1. Black F., Scholes. The pricing of options and corporate liabilities // Political Economy. 1973. Vol. 81. P. 637–654.

2. Brandimarte P. Numerical methods in finance and economics: A MATLAB-based introduction. 2<sup>nd</sup> ed. New Jersey: J. Wiley and Sons, 2009.

**Предобусловленные итерационные методы в подпространствах Крылова для задачи Стокса**А. М. Гурин<sup>1</sup>, В. П. Ильин<sup>2</sup>, Д. И. Козлов<sup>2</sup>, Е. А. Кузьмин<sup>3</sup><sup>1</sup>*Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН*<sup>2</sup>*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*<sup>3</sup>*Новосибирский государственный университет*

E-mail: guralisk@mail.ru

Рассматриваются блочные итерационные методы в подпространствах Крылова для решения трехмерной задачи Стокса, аппроксимируемой на разнесенных параллелепипедальных структурированных сетках. Предобусловливатель исходной СЛАУ строится на основе алгоритма неполной факторизации с применением приближенной ленточной обратной матрицы Шура и экономичной модификации Айзенштата для векторного оператора Лапласа. Обсуждаются вопросы распараллеливания алгоритмов на многопроцессорных вычислительных системах с распределенной и общей памятью. Приводятся результаты численных экспериментов для методических прикладных задач с данными, характерными для моделирования геофизического ядра.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (код проекта 24-21-00402).

**Предобусловленные итерационные методы для решения уравнений Кана – Хиллиарда**А. М. Гурин<sup>1</sup>, В. П. Ильин<sup>2</sup>, Д. А. Шаранов<sup>3</sup><sup>1</sup>*Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН*<sup>2</sup>*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*<sup>3</sup>*Новосибирский государственный университет*

E-mail: guralisk@mail.ru

Рассматриваются итерационные предобусловленные методы в подпространствах Крылова для решения квазилинейных алгебраических уравнений, получаемых из аппроксимации трехмерных нестационарных краевых задач на неструктурированной сетке для системы дифференциальных уравнений Кана – Хиллиарда, описывающих течение несмешивающихся двухфазных или трехфазных сред в геофизическом

керне. Исходные дифференциальные уравнения с полиномиальной нелинейностью аппроксимируются по времени с помощью неявных квазилинеаризованных схем второго порядка. При этом получаемые матричные алгебраические уравнения имеют квадратичные неизвестные на главной диагонали, для решения которых не требуются нелинейные итерации. Формируемый итерационный процесс является формальным обобщением метода неполной факторизации в подпространствах Крылова для решения СЛАУ. Эффективность предложенных алгоритмов демонстрируется на результатах численных экспериментов по решению представительной серии методических задач.

### **Параллельные алгебраические методы декомпозиции областей**

<sup>1</sup>А. И. Гурин, Я. Л. Гурьева<sup>1</sup>, В. П. Ильин<sup>1</sup>, Р. Д. Кардаш<sup>1</sup>

<sup>1</sup>*Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН*

<sup>2</sup>*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

<sup>3</sup>*Новосибирский государственный университет*

E-mail: yana@lapasrv.sccc.ru

Рассматриваются итерационные методы декомпозиции областей в подпространствах Крылова для решения сеточных систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) высокого порядка с разреженными матрицами, возникающими при аппроксимациях многомерных краевых задач. Исследуются алгоритмы построения предобуславливающих матриц на основе неполной факторизации с диагональной компенсацией, базирующейся на блочной структуре алгебраических данных, обусловленной применением разделяющих макросеток. Описываются технологии распараллеливания различных стадий итерационных методов по принципам гибридного программирования с формированием вычислительных процессов и многопоточковой арифметики на кластерной архитектуре с распределенной и общей памятью. Обсуждаются результаты предварительных экспериментальных исследований на серии методических задач.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (код проекта 24-21-00402).

### **О решении уравнений в частных производных в окрестности оси цилиндрической и сферической систем координат**

В. П. Жуков

*Федеральный исследовательский центр информационных и вычислительных технологий*

E-mail: zukov@ict.nsc.ru

Решение уравнений сплошной среды в цилиндрической и сферой системе координат в окрестности оси конечно-разностными методами представляет известные трудности. В докладе описаны различные подходы к их преодолению. Эти трудности связаны с аппроксимацией непосредственно на оси членов уравнений, содержащих особенности, и устойчивостью конечно-разностной схемы по отношению к уменьшающимся при уменьшении расстоянии до оси шагам в угловых направлениях. Также проблему представляет аппроксимация уравнений в окрестности оси. Предложен простой вариант преодоления этих трудностей.

Список литературы

1. В. П. Жуков. ЖВММФ. 2005. Т. 45. № 1. С. 156–169.

**Устойчивость схемы стабилизирующей поправки с центральными разностями для уравнения переноса в 3-мерном случае**

В. П. Жуков

*Федеральный исследовательский центр информационных и вычислительных технологий*

E-mail: zukov@ict.nsc.ru

Принято считать, что схема стабилизирующей поправки с центральными разностями по пространственным переменным для уравнения переноса в 3-мерном случае является условно устойчивой. В настоящей работе показано, что эта схема абсолютно неустойчива, но область неустойчивых гармоник в пространстве волновых векторов и величина их инкрементов быстро стремятся к нулю при стремлении параметра Куранта к нулю, что позволяет успешно использовать эту схему. Тем не менее обсуждаемую неустойчивость необходимо иметь ввиду и соблюдать осторожность при проведении расчетов.

**Эффективный метод вычисления интеграла Стрэттона – Чу (ИСЧ) для задач моделирования взаимодействия фемтосекундного лазерного импульса со стеклами**

В. П. Жуков

*Федеральный исследовательский центр информационных и вычислительных технологий*

E-mail: zukov@ict.nsc.ru

При моделировании взаимодействия фемтосекундного лазерного импульса со стеклами в расчетах необходимо задавать этот импульс с помощью начальных или граничных условий. Параметры реальных экспериментов таковы, что использование гауссовых импульсов, которые широко и успешно применяются при моделировании более продолжительных и менее сфокусированных импульсов, невозможно. Необходимо рассчитывать конкретные оптические системы. Одной из таких систем является параболическое зеркало. Электромагнитное поле, возникающее в результате фокусировки импульса таким зеркалом, описывается ИСЧ, который является интегралом от быстро осциллирующей функции. Взятие ИСЧ сталкивается с большими трудностями. В работе предложен высокоэффективный преодолению этой проблемы.

**Динамика нелинейных волн уравнений Клейна – Гордона в модели с примесями**Д. К. Кабанов<sup>1</sup>, Е. Г. Екомасов<sup>2</sup>, М. И. Фахретдинов<sup>2</sup>, К. Ю. Самсонов<sup>3</sup><sup>1</sup>*Физико-технический институт Уфимского университета науки и технологий*<sup>2</sup>*Уфимский университет науки и технологий*<sup>3</sup>*Тюменский государственный университет*

E-mail: danya.kabanov.95@mail.ru

Одним из популярных уравнений, описывающим многие нелинейные волновые процессы в теоретической и математической физике, является уравнение Клейна – Гордона (УКГ). Наиболее изученными примерами такого класса уравнений являются уравнение синус-Гордона (УСГ) и  $\phi^4$ . Для использования УКГ в реальных физических приложениях, обычно возникает необходимость его модифицировать. Например, путем добавления дополнительных слагаемых. Дополнительные слагаемые могут описывать внешнюю силу, диссипацию, неоднородность параметров среды и т. п. Одним из наиболее исследуемых случаев связан с введением неоднородности параметра, стоящего перед слагаемым, содержащим потенциал в УКГ. В работе для уравнения синус-Гордона и  $\phi^4$  в модели с двумя и тремя точечными и протя-

женными примесями исследована возможная динамика кинков, найдены различные типы локализованных на примесях волн. С помощью метода коллективных переменных показано, что задачу о динамике локализованных на примесях волн в модели с двумя и тремя примесями можно свести к задаче о связанных осцилляторах с нелинейной связью. Для численных расчетов были написаны авторские программы. Найдено, что протяженная примесь качественно ведет себя как хорошо изученные точечные примеси, описываемые с помощью, дельта-функции. Определена структура и динамические свойства локализованных на примесях нелинейных волн солитонного и бризерного типа. Показано, что эффект усиления "коллективного влияния" примесей, с увеличением их числа, будет приводить к появлению новых эффектов и сценариев динамики кинка.

**Сравнение невязок в методе Ланцоша и методе минимальных невязок при численном решении систем линейных алгебраических уравнений с симметричными знаконеопределенными матрицами**

Л. А. Книжнерман

*Институт вычислительной математики РАН*

E-mail: lknizhnerman@gmail.com

Рассматривается задача приближенного вычисления вектора  $A^{-1}b$ , где  $A$  – вещественная симметричная невырожденная матрица размера  $n \times n$ , а  $b$  – ненулевой вектор размера  $n$ , с помощью базового крыловского метода – метода Ланцоша. Наша теорема из статьи 2002 года содержит оценку невязки на  $m$ -ом шаге Ланцоша в терминах ограниченного самосопряженного оператора в гильбертовом пространстве, функции Грина спектра и корня  $m$ -ой степени из нормы невязки; она утверждает, что "естественная" оценка имеет место по крайней мере на каждом втором шаге. Сейчас мы с помощью легкой модификации прежнего доказательства доказываем оценку для матриц в терминах невязки метода наименьшей невязки, на что есть запрос в матрично-алгебраическом сообществе, не вполне приемлющем рассуждения с операторами и теорией плоского потенциала. Новая оценка сохраняет сентенцию о каждом втором шаге. Также нами получена нижняя оценка для четных дискретных спектральных мер.

**Об одной разностной схеме повышенной точности при расчете разрывных решений**

В. А. Колотилов, В. В. Остапенко, Н. А. Хандеева

*Институт гидродинамики СО РАН*

E-mail: kolotilov1992@gmail.com

В [1, 2] показано, что при расчете задачи SCSW (Special Cauchy for Shallow Water) с гладкими периодическими начальными данными немонотонная схема Русанова [3] имеет в областях влияния ударных волн на несколько порядков более высокую точность, чем схемы WENO5 [4] и A-WENO [5]. Однако в гладких частях точного решения задачи SCSW, не входящих в области влияния ударных волн, точность схемы Русанова на несколько порядков ниже, чем точность схем WENO5 и A-WENO. Поэтому в настоящей работе предлагается новая немонотонная схема (пятого порядка по пространству и третьего порядка по времени), которую можно рассматривать как обобщение схемы Русанова. Тестовые расчеты задачи SCSW показали, что в областях влияния ударных волн эта новая схема является более точной, чем схема Русанова, а вне областей их влияния она по точности сравнима со схемами WENO5 и A-WENO. Таким образом, эту новую схему можно эффективно использовать в качестве базисной при построении комбинированных схем повышенной точности [1, 2].

Работа поддержана РФ (№ 22-11-00060)

## Список литературы

1. Брагин М. Д., Ковыркина О. А., Ладонкина М. Е., Остапенко В. В., Тишкин В. Ф., Хандеева Н. А. Комбинированные численные схемы // ЖВМиМФ. 2022. Т. 62. № 11. С. 1763-1803.
2. Chu S., Kovyrkina O. A., Kurganov A., Ostapenko V. V. Experimental convergence rate study for three shock-capturing schemes and development of highly accurate combined schemes // Num. Meth. Part. Diff. Eq. 2023. Vol. 39. No. 6. P. 4317-4346.
3. Русанов В. В. Разностные схемы третьего порядка точности для сквозного счета разрывных решений // ДАН СССР. 1968. Т. 180. № 6. С. 1303-1305.
4. Jiang G. S., Shu C.-W. Efficient implementation of weighted ENO schemes // J. Comput. Phys. 1996. Vol. 126. P. 202-228.
5. Wang B. S., Don W. S., Kurganov A., Liu Y. Fifth-order A-WENO schemes based on the adaptive diffusion central-upwind Rankine–Hugoniot fluxes // Commun. Appl. Math. Comput. 2023. Vol. 5. P. 295-314.

**Разрывный метод частиц на примере задачи обтекания клина**

А. Е. Кувшинников<sup>1</sup>, С. В. Богомолов<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша РАН

<sup>2</sup>Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, ВМК

E-mail: kuvsh90@yandex.ru

Метод частиц – это численный метод, используемый для моделирования больших систем, основывающийся на лагранжевом описании. В частности, разрывный метод частиц является представителем типа "частица-частица" и включает два основных этапа: предиктор и корректор.

На этапе предиктора происходит перемещение частиц. Затем, на этапе корректора, выбирается соседняя частица, которая оказывает наибольшее влияние на локальную динамику, и корректируется плотность только этой частицы. Это делает метод "разрывным", так как восстановление плотности осуществляется в минимальной области, включающей лишь две взаимодействующие частицы, что сводит размазывание фронта лишь на одну частицу.

Наш метод существенно отличается от другого популярного метода типа "частица – частица" – метода сглаженных частиц (SPH), который работает только на гладких решениях.

В представляемой модификации метода частица характеризуется положением, массой, и плотностью. Ее форма является следствием этих трех величин. Отсюда следует критерий перестройки частиц на этапе корректора: вводится инвариант, который включает высоты частиц и их положение, а также площадь трапеции, основаниями которой являются высоты частиц, а боковой стороной – отрезок, соединяющий их центры. Этот инвариант сохраняет массу между двумя частицами, что является ключевой чертой метода.

Нами произведено сравнение численных решений, полученных методом частиц, с результатами, полученными с помощью программного комплекса OpenFOAM, для задачи обтекания клина при варьировании скорости и угла падения потока. Демонстрируется преимущество метода частиц для задач с большими градиентами.

**Полулагранжев метод для численного решения уравнений Навье – Стокса на неструктурированных треугольных сетках**Е. В. Кучунова<sup>1</sup>, А. В. Вяткин<sup>2</sup><sup>1</sup>*Сибирский федеральный университет*<sup>2</sup>*Институт вычислительного моделирования СО РАН*

E-mail: hkuchunova@sfu-kras.ru

В работе представлен численный алгоритм решения уравнений Навье – Стокса, описывающий двумерное течение вязкого теплопроводного газа. В работе для аппроксимации полной (субстанциональной) производной по времени в каждом уравнении системы используется метод траекторий, заключающийся в аппроксимации этой производной с помощью разностной производной назад по времени вдоль траектории движения частицы. Дискретизация по пространству остальных слагаемых уравнений Навье – Стокса на каждом временном слое проводится методом конечных элементов с кусочно-линейными базисными функциями и применением квадратурных формул. Как следует из тестовых расчетов, применение комбинации методов траекторий и конечных элементов позволяет построить алгоритм, довольно эффективный с вычислительной точки зрения.

**Численное моделирование течений тонкого слоя жидкости по наклонной подложке для случаев умеренных и больших чисел Рейнольдса**

Е. В. Ласковец

*Алтайский государственный университет*

E-mail: katerezanova@mail.ru

Рассматривается процесс стекания тонкого слоя жидкости по наклонной неравномерно нагреваемой подложке. Математическое моделирование основано на классических уравнениях конвекции и обобщенных для ненулевого потока пара кинематическом, динамическом и энергетическом условиях на границе раздела сред. Величина локального потока массы пара на границе раздела определяется с помощью уравнения Герца – Кнудсена. Задача рассматривается в двумерной постановке для случаев умеренных и больших чисел Рейнольдса. Проведен параметрический анализ для каждой из предложенных постановок. Аналитическое решение осуществляется в рамках длинноволнового приближения по степеням малого параметра задачи (отношения характерной поперечной длины к продольной). Построены численные алгоритмы решения задачи о периодическом стекании жидкости для определения положения границы раздела сред. Изучено влияние характера нагрева твердой подложки и уровня гравитации на характер течения жидкости. Рассмотрено влияние дополнительных слагаемых в энергетическом условии на структуру течения.

Работа выполнена при финансовой поддержке проекта "Современные модели гидродинамики для задач природопользования, промышленных систем и полярной механики" (2024-26) (гос. задание FZMW-2024-0003).

**Об однозначности определения сеточного фундаментального решения уравнения Лапласа в теории дискретного потенциала**А. Н. Левашов<sup>1</sup>, И. Э. Степанова<sup>2</sup>, Д. В. Лукьяненко<sup>1</sup>, А. Г. Ягола<sup>1</sup><sup>1</sup>Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова<sup>2</sup>Институт физики земли им. О. Ю. Шмидта

E-mail: levashov.an16@physics.msu.ru

В работе рассматривается проблема однозначного определения фундаментального решения сеточного аналога уравнения Лапласа в рамках теории дискретного гравитационного потенциала. Сеточное фундаментальное решение конечно-разностного аналога уравнения Лапласа играет ключевую роль при восстановлении непрерывно распределенного источника гравитационного или магнитного поля по разнородным и разноточным данным, полученным в точках некоторого сеточного множества.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 23-41-00002, <https://rscf.ru/project/23-41-00002/>.

## Список литературы

1. Страхов В. Н., Степанова И. Э. Метод S-аппроксимаций и его использование при решении задач гравиметрии // Физика Земли. 2002. № 7. С. 3-12.
2. Раевский Д. Н., Степанова И. Э. Модифицированный метод S-аппроксимаций. Региональный вариант // Физика Земли. 2015б. № 2. С. 55–66.
3. Ван Я., Колотов И. И., Лукьяненко Д. В., Ягола А. Г. Восстановление магнитной восприимчивости с использованием полных магнито-градиентных данных // ЖВМиМФ. 2020. Т. 60, № 6. С. 1027-1034.

**Сравнение использования прямого и итерационного решателей при моделировании фильтрации в поровых средах**

Д. А. Леонович

Новосибирский государственный технический университет

E-mail: leonovich.d.a@yandex.ru

При моделировании фильтрации в поровых средах на основе закона Дарси и закона сохранения масс получаем эллиптическую краевую задачу для вычисления поля давления, которая решается методом конечных элементов (МКЭ). Из-за использования специальных краевых условий на скважинах для учета гидростатического давления матрица получаемой СЛАУ становится несимметричной. После расчета поля давления вычисляются потоки смеси и в соответствии с ними изменяется распределение фаз. Данные действия повторяются для каждого шага по времени до конца периода моделирования.

При моделировании нефтедобычи с использованием газа требуется решать нелинейную задачу, так как его плотность сильно зависит от давления. Учет сжимаемости приводит к появлению источника в виде дефицита или профицита смеси при расчете поля давления. Для улучшения сходимости используется линеаризация этого источника.

При использовании прямого решателя (с LU разложением) приходится или проводить полную факторизацию несколько раз на одном шаге по времени, или пренебречь изменением коэффициентов в линеаризованном источнике при уточнении решения. Кроме того, необходимый для прямого решателя формат хранения матрицы требует много памяти.

В качестве итерационного решателя использовалась локально-оптимальная схема (ЛОС) с диагональным предобуславливанием. Для ускорения были использованы некоторые функции библиотеки Intel

МКЛ. В качестве начального приближения использовалось предыдущее решение или пластовое давление, благодаря чему в процессе по нелинейности при решении линеаризованного дифференциального уравнения требовалось небольшое количество итераций для решения требуемой точности.

Для исследования была выбрана трехфазная модель, где газ может быть поглощен нефтью или выделен из нее и фазы сжимаемы. Результаты исследования показали, что получаемое решение не изменилось, то есть итерационный решатель обладает достаточной точностью, но время решения краевой задачи сократилось примерно в 5 раз.

### **Об анализе монотонной устойчивости вынужденных колебаний струны**

В. В. Любимов

*Самарский университет*

E-mail: vlubimov@mail.ru

Рассматривается дифференциальное уравнение вынужденных колебаний струны, имеющей конечную длину. Вынуждающей сила задается в виде известной функции, содержащей одну гармонику от времени движения струны. Под монотонной устойчивостью колебаний струны понимается монотонное уменьшение амплитуды колебаний модуля разности решений, описывающих вынужденные и свободные колебания, наблюдаемые в произвольной точке струны. При этом решения уравнения колебаний струны в случае свободных и вынужденных колебаний предполагаются известными. Целью работы является получение достаточного условия монотонной устойчивости колебаний, обеспечивающего совпадение амплитуд вынужденных и свободных колебаний в произвольной точке струны при стремлении времени колебаний к бесконечности. Кроме того, производится анализ выпуклости (вогнутости) амплитуды модуля разности свободных и вынужденных колебаний струны. Аналитические закономерности иллюстрируются и подтверждаются численными результатами.

### **О вычислительной эффективности численных методов при решении краевых задач для жестких систем обыкновенных дифференциальных уравнений**

И. Д. Макаренко, С. К. Голушко, Л. С. Брындин, А. Г. Горынин

*Новосибирский государственный университет*

E-mail: i.makarenko1@g.nsu.ru

Проведен сравнительный анализ точности решения, скорости сходимости и вычислительной эффективности трех численных методов: метода конечных элементов (МКЭ), метода коллокаций и наименьших квадратов (МКНК) и метода дискретной ортогонализации С. К. Годунова (МДО) при решении краевых задач для жестких систем обыкновенных дифференциальных уравнений.

Рассмотрены разрешающие системы обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающие деформирование цилиндрических оболочек под действием внутреннего давления при различных соотношениях толщины оболочки к ее длине и толщины к радиусу. Проведен анализ численных решений ряда краевых задач, характеризующихся осцилляциями, наличием пограничных слоев и резкими изменениями градиента.

Сравнительный анализ показал, что каждый из рассмотренных численных методов обладает преимуществами и недостатками. Выбор метода зависит от специфики задачи и требуемых характеристик решения. МДО превосходит рассмотренные методы в скорости, однако может быть неустойчивым при реше-

нии задач высокой жесткости. МКЭ и МКНК продемонстрировали более стабильное поведение при решении жестких задач. Однако МКНК во многих случаях позволяет обеспечить погрешность расчетов менее 1 % за наименьшее время среди всех рассмотренных методов.

Проведенные расчеты демонстрируют высокую степень совпадения результатов всех трех методов при расчете напряженно-деформированного состояния изотропных оболочек. Наблюдается удовлетворительное соответствие результатов теории Кирхгофа –Лява с трехмерной теорией упругости при сравнении окружных и продольных напряжений и прогибов. При использовании теории Тимошенко отклонения составляют не более 7 %. Таким образом, для расчета и анализа напряженно-деформированного состояния изотропных оболочек возможно использование всех трех методов.

### **Виртуальный метод конечных элементов для аппроксимации первой краевой задачи для уравнения**

#### **Пуассона**

С. И. Марков<sup>1</sup>, Н. Б. Иткина<sup>2</sup>, Э. П. Шурина<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А. А. Трофимука СО РАН

<sup>2</sup>Новосибирский государственный технический университет

E-mail: [www.sim91@list.ru](mailto:www.sim91@list.ru)

Виртуальный метод конечных элементов (VEM) появился сравнительно недавно как результат развития классического МКЭ и mimetic finite difference (MFD). В данном методе используются два функциональных пространства: физическое и виртуальное. Вид специальных вспомогательных функций физического пространства уникален для каждой математической модели. В общем случае данные функции не являются полиномами. Виртуальное пространство характеризуется только степенями свободы виртуальных элементов (доказано, что решение VEM существует и единственно для звездчатых областей). Поэтому в отличие от классического определения Ф. Сьярле конечный элемент в VEM – это пара, состоящая из степеней свободы и схемы численного интегрирования. Также решена проблема полноты базисной системы, свойственной для многомасштабных и обобщенных конечно-элементных подходов. В докладе на примере первой краевой задачи для уравнения Пуассона показано применение виртуального метода конечных элементов, определение дискретного аналога билинейной формы для полиномиального базиса с использованием только степеней свободы.

Работа выполнена при финансовой поддержке проекта FWZZ-2022-0030.

### **Численное решение прямой задачи рассеяния для бризеров**

И. И. Мулладжанов

Институт автоматики и электрометрии СО РАН

E-mail: [i.mulliadzhanov@alumni.nsu.ru](mailto:i.mulliadzhanov@alumni.nsu.ru)

Рассматривается модель фокусирующего одномерного нелинейного уравнения Шредингера (НУШ) в присутствии нестабильного постоянного фона, на котором могут существовать когерентные волновые структуры – бризеры. В рамках метода обратного рассеяния (МОЗР) исследуется задача численного получения данных рассеяния для широкого класса бризеров, локализованных в пространстве. Это называют прямой задачей рассеяния, что подразумевает численное решение вспомогательной системы Захарова-Шабата с граничными условиями, соответствующими фону. Для нахождения решения вычисляется матрица переноса, при использовании метода Бофетта – Осборна второго порядка [1] и недавно разработанных численные схемы высокого порядка, основанных на разложении Магнуса [2]. Чтобы восстановить данные рассеяния бризеров, выводятся аналитические соотношения между коэффициентами рассеяния

и элементами матрицы переноса. Затем конструируются локализованные решения одиночных и мультибризеров для проверки разработанного численного подхода и восстанавливается полный набор данных рассеяния, который включает в себя информацию о амплитуде, скорости, фазе и положении каждого бризера. Для объединения традиционного подхода МОЗР с методом "одевания", используемым для получения мультибризерных решений, выводится точное соотношение между параметрами бризеров в рамках этих двух подходов.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда, грант № 24-22-00183.

#### Список литературы

1. Boffetta G, Osborne AR. 1992 Computation of the direct scattering transform for the nonlinear Schrodinger equation // J. Comput. Phys. 102, 252–264. DOI: 10.1016/0021-9991(92)90370-E.
2. Mullyadzhyanov R., Gelash A. 2019 Direct scattering transform of large wave packets // Opt. Lett. 2019. Vol. 44, iss. 21. P. 5298-5301. DOI: 10.1364/OL.44.005298.

#### **L-устойчивый (5, 2)-метод для жестких систем ОДУ**

А. Е. Новиков<sup>1</sup>, Е. А. Новиков<sup>2</sup>, А. И. Левыкин<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Сибирский федеральный университет

<sup>2</sup>Институт вычислительного моделирования СО РАН

<sup>3</sup>Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН

E-mail: lai@osmf.sccc.ru

При моделировании динамических процессов в химической кинетике, электротехнике и в других важных приложениях возникает необходимость решения задачи Коши для жестких систем обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) [1]. Для решения таких задач целесообразно применять  $L$ -устойчивые численные схемы [2]. Однако в наиболее распространенных методах интегрирования, как правило, обеспечивают  $L$ -устойчивость лишь основной численной формулы. При интегрировании такими методами систем ОДУ высокой жесткости  $A$ -устойчивость промежуточных формул может привести к снижению эффективности метода с точки зрения вычислительных затрат [3].

Построен полувявный (5, 2)-метод четвертого порядка точности решения явных систем ОДУ. Его особенностью является  $L$ -устойчивость основной и промежуточной численных формул [3]. Предложенный метод не требует организации итерационного процесса, что делает его надежным при решении широкого класса задач. Допускается использование как аналитической, так и численной матрицы Якоби. Для контроля точности вычислений используются два неравенства. Оценка погрешности осуществляется с привлечением ранее вычисленных стадий, что позволяет выбирать величину шага интегрирования без значительного увеличения вычислительных затрат. На основе (5, 2)-метода сформулирован алгоритм переменного шага интегрирования систем повышенной жесткости.

Приведены результаты расчетов, подтверждающие высокую эффективность и надежность нового алгоритма интегрирования. Алгоритм предназначен для расчетов с требуемой точностью порядка  $10^{-6}$ . На ряде задач достигается практически полуторакратное снижение трудоемкости.

#### Список литературы

1. Hairer E., Wanner G. Solving ordinary differential equations II: stiff and differential-algebraic problems. Berlin: Springer-Verlag, 1996.

2. Новиков Е. А., Шорников Ю. В. Компьютерное моделирование жестких гибридных систем. Новосибирск: Издательство НГТУ, 2013.

3. Двинский А. Л. Исследование  $(m, k)$ -методов с  $L$ -устойчивыми промежуточными схемами для решения жестких систем : автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук: 01.01.07. Красноярск, 2004. 16 с.

### **О повышении точности разностных схем при расчете центрированных волн разрежения**

Е. И. Полунина, Н. А. Хандеева, В. В. Остапенко

*Институт гидродинамики СО РАН*

E-mail: ekpolunina2014@gmail.com

Проведен сравнительный анализ точности разностных схем TVD [1] второго порядка, Русанова [2] третьего порядка и A-WENO [3] пятого порядка по пространству и третьего порядка по времени при расчете задачи Коши для системы уравнений мелкой воды с разрывными начальными данными, точное решение которой содержит центрированную волну разрежения и не содержит ударную волну. Показано, что внутри центрированной волны разрежения и в области ее влияния решения всех трех схем с различными порядками сходятся к разным инвариантам точного решения, что приводит к снижению точности этих схем при вычислении вектора базисных *переменных* рассматриваемой задачи. Теоретическое обоснование этих численных результатов дается при помощи П-формы первого дифференциального приближения разностных схем [4].

Предложен метод, позволяющий повышать точность численных схем сквозного счета внутри центрированных волн разрежения, возникающих в результате распада разрыва в начальных данных аппроксимируемой задачи Коши для гиперболической системы законов сохранения. В основе этого метода лежит сгущение численной сетки на некотором начальном временном интервале решаемой задачи. По схемам TVD и Русанова проведены тестовые расчеты специальной задачи Коши для системы уравнений мелкой воды, демонстрирующие возможности данного метода.

Работа выполнена при поддержке РФФ, грант № 22-11-00060.

#### Список литературы

1. Harten A. High resolution schemes for hyperbolic conservation laws // J. Comput. Phys. 1983. Vol. 49, No. 3. P. 357-393.

2. Русанов В. В. Разностные схемы третьего порядка точности для сквозного счета разрывных решений // Докл. АН СССР. 1968. Т. 180, № 6. С. 1303-1305.

3. Jiang G. S., Shu C.-W. Efficient implementation of weighted ENO schemes // J. Comput. Phys. 1996. Vol. 126, No. 1. P. 202-228.

4. Шокин Ю. И., Яненко Н. Н. Метод дифференциального приближения. Новосибирск: Наука, 1985.

### **Численное решение уравнения вязкоупругости в 1D и 2D с ядрами экспоненциального и абелевского типов**

Д. А. Приказчиков

*Московский физико-технический институт*

E-mail: prikazchikov.da@phystech.edu

При описании сред с ползучестью согласно линейной теории ползучести Вольтерра, применимой к широкому перечню материалов с аморфной и гетерогенной структурой, возникают операторы интегрального типа, которые дают эффект памяти среде [1]. В первых приближениях ядро интегрального оператора

представимо в виде суммы из экспонент с разными коэффициентами в степени или же в виде сингулярного ядра абелевского типа.

Некоторое время назад в работах авторов [2] были обоснованы существование решения и его единственность в классическом и сильных смыслах. Отсюда возникает необходимость предложения алгоритма численного решения для волнового уравнения с эффектом памяти.

В настоящей работе на примере одномерной задачи предлагается требуемый метод. В случае экспоненциальных ядер с помощью выделения отдельных слагаемых в ядре интеграла и разделения переменных исходное уравнение представляется в форме системы линейных дифференциальных уравнений первого порядка в частных производных. Для уравнения с ядром абелевского типа после аналогичных действий возникает дробная производная по времени.

Для выписанной системы предложен и реализован алгоритм численного решения с аппроксимацией пространственной части по схеме Лакса – Вендроффа. При численном приближении дробной производной по времени в случае ядра интегрального оператора типа Абеля возникает необходимость интегрирования по всем предыдущим временным слоям для переменных, описывающих память материала.

Алгоритм реализован в одно- и двухмерном случаях на языках Python и C++. Проверены аппроксимация и устойчивость. Численно определен порядок сходимости для полученных схем.

Список литературы

1. Работнов Ю. Н. Ползучесть элементов конструкций. М.: Наука.
2. Власов В. В., Раутиан Н. А. Корректная разрешимость и спектральный анализ абстрактных гиперболических интегродифференциальных уравнений // Труды сем. им. И. Г. Петровского, 28. М.: Изд-во Моск. ун-та, 2011. С. 75–113; J. Math. Sci. (N. Y.). 2011. Vol. 179, No. 3. P. 390–414.

### **Решение методом конечных элементов краевой задачи для уравнения Пуассона с дельта-функцией Дирака в правой части**

Д. Н. Романов

*Новосибирский государственный университет*

E-mail: dnklnsu@gmail.com

В области  $\Omega \subset \mathbb{R}^2$  рассматривается однородная задача Дирихле с правой частью в виде дельта-функции Дирака. Задачи такого рода играют существенную роль в различных областях науки, в частности, в теории электродинамики. Данный класс задач стал активно рассматриваться с 60-х годов прошлого века. Основная теория представлена Бабушкой в работе [1].

Показано, что решение задачи  $u \notin H^1_0(\Omega)$ . Строится обобщенная постановка задачи с использованием двух гильбертовых пространств Соболева с дробными показателями, и затем показывается разрешимость, единственность и оценка устойчивости обобщенного решения. Дискретное подпространство  $V_h$  состоит из непрерывных кусочно-линейных функций, определенных на триангуляции области с учетом условия Дирихле. В соответствии с теоремой разрешимости в конечномерных подпространствах (см. [1], т. 6.2.1) и результатами работы [2] была показана разрешимость конечномерной задачи, и выведена оценка погрешности решения.

Для конечномерной задачи с искомыми и пробными функциями из  $V_h$  была построена общая система линейных уравнений, было получено численное решение задачи. Модельная задача задается в круге с центром в нуле радиуса  $r = 1$ . Дельта-функция Дирака сосредоточена в точке  $(0,0)$ . Решением будет функция Грина в виде фундаментального решения оператора Лапласа. При помощи пакета FreeFem++ [3] было

построено численное решение на сеточной области, и, в соответствии с дискретизацией, был проведен анализ численного и теоретического результатов сходимости численного решения к точному.

#### Список литературы

1. Aziz A. K., Babushka I. The mathematical foundations of the finite element method with applications to partial differential equations. Academic Press, Inc. 1972.
2. Scott R. Finite element convergence for singular data // J. of Numerical Mathematics. 1973. Vol. 21. P. 317–327.
3. Hecht F. New development in FreeFem++ // J. of Numerical Mathematics. 2012. Vol. 20(3-4). P. 251-266.

#### **Аналог формулы Пуассона для решения уравнения Гельмгольца**

А. О. Савченко

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

E-mail: savch@ommfao1.sccc.ru

Решение краевых задач для уравнения Гельмгольца для сферы известно в виде разложения по сферическим гармоникам, для нахождения которых необходимо определить коэффициенты разложения функции граничного условия по сферическим функциям.

В данной работе решения внутренних и внешних краевых задач Дирихле и Неймана для уравнения Гельмгольца в сферической области представлены в интегральной форме, полученной в результате учета формулы Лапласа для сферических гармоник. Эти формулы являются аналогом формулы Пуассона для уравнения Лапласа, в которых ядро интеграла представлено в виде ряда.

Полученные формулы значительно проще по виду и по применению при численном решении соответствующих краевых задач. В отличие от известных формул, при численной реализации для получения приближенного решения не требуется вычисления коэффициентов Фурье от граничной функции, и достаточно вычислить интеграл только один раз, что значительно экономит вычислительные ресурсы при численном решении краевых задач для уравнения Гельмгольца.

#### **Об одном подходе численного решения многомерных дифференциально-алгебраических систем**

С. В. Свирина

*Институт динамики систем и теории управления имени В. М. Матросова СО РАН*

E-mail: svinina@icc.ru

В докладе рассматривается первая краевая задача для линейной многомерной дифференциально-алгебраической системы. Под дифференциально-алгебраическими системами понимаются системы уравнений в частных производных с тождественно вырожденной матрицей при старшей производной. Такие задачи имеют обширную область применения. Они возникают, например, при описании процессов тепломассообмена в газожидкостных системах. Численное решение таких систем связано с определенными сложностями. Хорошо известные аддитивные операторно-разностные схемы при их непосредственном применении, либо теряют суммарную аппроксимацию, ввиду вырождения матричного коэффициента при эволюционном члене (так ведет себя, например, локально-одномерная разностная схема Самарского А. А.), сохраняя при этом устойчивость, либо, обладая полной аппроксимацией, становятся неустойчивыми, как, например, векторно-аддитивная схема Абрашина В. Н. Для численного решения поставленных задач автором предлагается применить комбинацию аддитивных операторно-разностных схем и регуляризацию дифференциально-операторного уравнения.

**Решение статических задач электромагнитной теории методом конечных элементов**

Д. В. Седова<sup>1</sup>, Д. Т. Чекмарев<sup>2</sup>, Абу Даввас Яссер<sup>2</sup>

<sup>1</sup>НИИ механики Нижегородского государственного университета

<sup>2</sup>Нижегородский государственный университет

E-mail: ipad.0303@yandex.ru

Рассматривается решение ряда статических задач электромагнитной теории [1] с помощью двух новых схем метода конечных элементов [2, 3]. Ажурная схема [2] продемонстрировала свое высокое качество и эффективность при решении большого количества нестационарных динамических задач теории упругости и пластичности, а также реализована для решения статических задач теории упругости. Моментная схема [3] является новой. Ее реализация и решенные статические и динамические тестовые задачи теории упругости показали ее перспективность. Целью работы является тестирование данных схем при решении нового класса задач математической физики.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект № 24-29-00422.

**Список литературы**

1. Калинин А. В., Тюхтина А. А. Пространства вектор-функций и стационарные задачи электромагнитной теории: Учеб. пособ. Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2021. 112 с.
2. Chekmarev D. T., Abu Dawwas Yasser. Solving the hourglass instability problem using rare mesh variation-difference schemes // J. Phys.: Conf. Ser. 2099 012003. 2021. P. 2-10.
3. Абу Даввас Я., Модин И. А., Чекмарев Д. Т. Моментный конечный элемент для решения трехмерных задач теории упругости // Проблемы прочности и пластичности. Т. 85. № 2. 2023. С. 164-177.

**Конечно-разностный алгоритм для расчета взаимодействия длинных поверхностных волн с неподвижным частично погруженным в воду телом в рамках 3D-модели потенциальных течений**

В. С. Скиба

*Федеральный исследовательский центр информационных и вычислительных технологий*

E-mail: v.skiba@g.nsu.ru

При проектировании крупных полупогруженных в воду прибрежных сооружений необходимо учитывать возможность воздействия на них длинных поверхностных волн типа цунами. Для численного моделирования применяется иерархический подход [1, 2] – проведение сравнительных расчетов в рамках иерархии математических моделей различных приближений. Одной из них является полностью нелинейная 3DFNPF-модель трехмерных потенциальных течений жидкости.

В работе представлен конечно-разностный алгоритм на подвижных сетках для расчета взаимодействия длинных поверхностных волн с частично погруженным в воду телом в рамках 3DFNPF-модели. Получено условие устойчивости и предложен способ задания начального итерационного приближения, позволяющий существенно сократить число итераций, необходимых для вычисления потенциала вектора скорости. Предложены аппроксимационные формулы второго порядка для условия Неймана на непролицируемых гранях тела, использующие значения потенциала только в граничных и внутренних приграничных узлах сетки. Доказана самосопряженность разностного оператора для потенциала.

Приведены результаты расчетов влияния размеров тела, его заглубления, амплитуды набегающей волны на волновую картину перед телом и за ним. Дано сравнение с результатами расчетов других авторов, экспериментальными данными, а также с расчетами в рамках 2DFNPF-модели.

## Список литературы

1. Гусев О. И., Скиба В. С., Хахимзянов Г. С., Чубаров Л. Б. Численный анализ характеристик взаимодействия уединенной волны с неподвижным полупогруженным телом прямоугольного сечения // ПМТФ. 2023. Т. 64, № 6. С. 119–132.

2. Gusev O. I., Khakimzyanov G. S., Skiba V. S., Chubarov L. B. Numerical modeling of the long surface wave impact on a partially immersed structure in a coastal zone. I. Solitary waves over a flat slope // Physics of Fluids. 2023. Vol. 35, No. 8. Art. 087124.

**Моделирование процесса теплопроводности в стеклопакетах**

П. А. Сомова, Е. И. Гурина

*Национальный исследовательский Томский государственный университет*

E-mail: p.a.somova@gmail.com

В настоящей работе рассматривается актуальная задача моделирования тепловых потерь в составной конструкции теплоизоляционного окна, в наружной и внутренней створках которого установлены однокамерный и двухкамерный стеклопакеты. На первом и втором этапах моделируется процесс распространения тепла внутри однокамерного и двухкамерного стеклопакетов с формулами остекления 4M1-16-4M1 и 4M1-14-4M1-14-4M1 с наполнением межстекольного пространства осушенным воздухом. На третьем этапе моделируется распространение тепла во всей составной конструкции с формулой остекления 4M1-16-4M1-200-4M1-14-4M1-14-4M1.

В процессе теплообмена в составной конструкции теплоизоляционного окна участвуют девять слоев с различными теплофизическими свойствами, для каждого из слоев стеклопакета используется свое дифференциальное уравнение теплопроводности с соответствующими значениями плотности, коэффициента теплопроводности и удельной теплоемкости. В начальный момент времени температура каждой части конструкции принимается одинаковой. На левой границе рассматривается граничное условие I рода, на выходе из рассматриваемой области действует граничное условие III рода. В зонах контакта стекла и межстекольного пространства, заполненного осушенным воздухом, действуют граничные условия IV рода.

Численное решение поставленной задачи реализовано на C++ на основе метода конечных разностей с использованием явной разностной схемы. Верификация полученных численных результатов проводилась с данными, полученными в результате компьютерного моделирования процесса теплопередачи в конструкции теплоизоляционного окна в пакете гидродинамики ANSYS Fluent.

## Список литературы

1. Берковский Б. М., Ноготов Е. Ф. Разностные методы исследования задач теплообмена. Минск: Наука и техника, 1976. 141 с.

2. Basok, B. I., Davydenko, B. V., Isaev, S. A. et al. numerical modeling of heat transfer through a triple-pane window // J. Eng. Phys. Thermophy. 2016. Vol. 89. P. 1277–1283. <https://doi.org/10.1007/s10891-016-1492-7>.

**Численное моделирование температурных характеристик термощкафа с пассивным обогревом**

И. В. Тренбач, Е. И. Гурина

*Национальный исследовательский Томский государственный университет*

E-mail: ivantrenbac@gmail.com

В настоящей работе рассматривается актуальная задача моделирования температурных характеристик термощкафа РизурБокс с пассивным обогревом за счет тепловой мощности нефтегазоводяной смеси

в трубопроводе. Термошкафы РизурБокс применяются для защиты оборудования от воздействия низких температур, конденсата, атмосферных осадков, пыли, химикатов, физических повреждений, несанкционированного доступа.

В данной работе рассматривается процесс распределения тепла внутри двумерного сечения термошкафа РизурБокс-С-Т7. Численное моделирование распространения тепла в семислойной конструкции термошкафа проводится с помощью метода конечных разностей на основе неявной разностной схемы в одномерной постановке.

В начальный момент времени температура каждой части конструкции принимается одинаковой. На левой границе рассматривается граничное условие I рода. В зонах контакта первых двух внутренних слоев пластины действуют граничные условия IV рода. В зонах контакта с четвертым слоем пластины действуют граничные условия I рода, температуру в четвертом слое пластины будем считать постоянной. В зонах контакта двух оставшихся внутренних слоев пластины действуют граничные условия IV рода. При выходе из области, где осуществляется теплообмен с окружающей средой, рассматриваются граничные условия III рода.

В качестве результатов работы были построены графики распределения температуры в термошкафе, представлена визуализация распространения тепла внутри сечения термошкафа. Для верификации разработанного алгоритма было проведено сравнение результатов численного расчета, полученных с помощью МКР и AnsysFluent.

Список литературы

1. Термошкафы стеклопластиковые РизурБокс-С-Т (RizurBox-C-T) диагонального раскрытия с поддоном. URL: <https://rizur.ru/catalog/termoshkafy/termoshkafy-stekloplastikovye-diagonalnogo-raskrytiya-s-poddonom/>.
2. Кузнецов Г. В., Шеремет М. А. Разностные методы решения задач теплопроводности: Учеб. пособ. / Г. В. Кузнецов, М. А. Шеремет. Томск: Изд-во ТПУ, 2007. 172с.

### **Алгоритм морфинга для построения структурированных сеток в деформированных объемах**

О. В. Ушакова, Н. А. Артемова

*Институт математики и механики им. Н. Н. Красовского УрО РАН*

E-mail: uov@imm.uran.ru

Описывается алгоритм морфинга, пополнивший технологию построения трехмерных структурированных сеток [1], предназначенную для численного решения дифференциальных уравнений, моделирующих вихревые процессы многокомпонентной гидродинамики [2]. Алгоритм морфинга предназначен для построения структурированных сеток особой структуры в объемах, полученных деформацией объемов вращения телами, образованными поверхностями вращения с параллельными осями. Алгоритм разработан в рамках вариационного подхода построения оптимальных сеток [3]. Ранее этот алгоритм был реализован для построения структурированных сеток в объемах вращения, деформированных другими объемами вращения [4]. Приводятся примеры расчетов сеток.

Список литературы

1. Anuchina A. I., Artyomova N. A., Gordeychuk V. A., and Ushakova O. V. A technology for grid generation in volumes bounded by the surfaces of revolutions // LNCS. Science and Engineering. 2019. Vol. 131. P. 281-292.

2. Anuchina N. N., Volkov V. I., Gordeychuk V. A., Es'kov N. S., Ilyutina O. S., Kozyrev O. M. Numerical simulation of 3D multi-component vortex flows by MAH-3 code // *Advances in Grid Generation*. Ed by Ushakova O. V. Novascience Publishers. 2007.

3. Ушакова О. В. О развитии вариационного подхода построения оптимальных сеток (обзор) // *Труды Ин-та математики и механики УрО РАН*. 2023. Т. 29, № 2. С. 217-247.

4. Ushakova O. V., Artyomova N. A. Non-stationary grid generation algorithm for deformed volumes of revolution // *Math. and Comput. in Simulation*. 2023. Vol. 203. P. 878-909.

**Использование химерных сеток при численном моделировании сеточно-характеристическим методом распространения волновых сигналов в рельсе**

А. В. Фаворская, А. А. Кожемяченко

*Московский физико-технический институт*

E-mail: aleanera@yandex.ru

Для численного решения уравнений математической физики все чаще стали использоваться вычислительной алгоритмы, основанные на использовании химерных сеток [1] при построении сложных расчетных областей. В настоящей работе проведено компьютерное моделирование распространения волнового сигнала в рельсе сеточно-характеристическим методом высокого порядка аппроксимации с использованием алгоритма взаимной интерполяции между химерной (наложенной) и декартовой (фоновой) расчетными сетками. Химерная расчетная сетка, использованная для учета сложной криволинейной поверхности рельса, генерируется с помощью специального аналитического алгоритма. Варьируя параметры разбиения исходного профиля рельса (количество подобластей) и пространственные шаги для фоновой расчетной сетки, проведено исследование сеточной сходимости рассматриваемого подхода, а также получены волновые поля распределения модуля скорости распространения исходного сигнала в головке рельса. Полученные результаты [2] свидетельствуют о сеточной сходимости разработанного подхода на базе сеточно-характеристических методов и могут быть использованы в задачах ультразвукового неразрушающего контроля рельсового полотна.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 20-71-10028).

Список литературы

1 Favorskaya A. V., Khokhlov N. I., Petrov I. B. Grid-characteristic method on joint structured regular and curved grids for modeling coupled elastic and acoustic wave phenomena in objects of complex shape // *Lobachevskii J. of Mathematics*. 2020. Vol. 41, No. 4. P. 512–525.

2. Kozhemyachenko A. A., Favorskaya A. V. Grid convergence analysis of grid-characteristic method on chimeric meshes in ultrasonic nondestructive testing of railroad rail // *Comput. Mathematics and Mathematical Phys.* 2023. Vol. 63, No. 10. P. 1886-1903.

**Схема предиктор-корректор для решения задач волновой гидродинамики в рамках нелинейно-дисперсионных уравнений повышенной точности**

З. И. Федотова, О. И. Гусев, Г. С. Хакимзянов

*Федеральный исследовательский центр информационных и вычислительных технологий*

E-mail: zf@ict.nsc.ru

При распространении волн на продолжительные времена, а также при достижении континентального склона, где уменьшаются глубины, возникают эффекты нелинейности и дисперсии, что стало причиной разработки нелинейно-дисперсионных (НЛД-) моделей, которые, в отличие от классических уравнений мелкой воды, учитывают частотную дисперсию. В настоящем исследовании основное внимание уделено SGN-модели Серре – Грина – Нагди второго длинноволнового приближения, модификация которой позволила получить новую mSGN-модель, обладающую улучшенными фазовыми характеристиками за счет того, что ее дисперсионное соотношение с повышенным четвертым порядком точности приближает дисперсионное соотношение "эталонной" модели потенциальных течений жидкости со свободной границей. Уравнения mSGN-модели содержат смешанные производные третьего порядка по времени и пространственным координатам и, тем самым, не относятся к системам уравнений типа Коши – Ковалевской, что препятствует прямому распространению на них хорошо зарекомендовавших себя численных методов, разработанных для систем гиперболического типа.

Для численного решения задач в рамках mSGN-модели предложена разностная mSGN-схема предиктор-корректор, основанная на расщеплении уравнений этой модели на гиперболическую систему и скалярное уравнение эллиптического типа для проинтегрированной по глубине дисперсионной составляющей давления. Выполнен диссипативный и дисперсионный анализ различных вариантов построенной схемы, которые отличаются способом аппроксимации уравнения эллиптического типа, получены условия устойчивости, проанализированы формулы для фазовой ошибки, а также изучено поведение коэффициента затухания гармоник. Показано, что mSGN-схема имеет ряд преимуществ перед аналогичной для SGN-модели, в частности, при ее использовании происходит более сильное подавление коротковолновых гармоник. Выполнен сравнительный анализ свойств mSGN-схем для уравнений с одной и двумя пространственными переменными.

**Вырожденная модель мелкой воды с наклонным дном**

Ю. А. Чиркунов

*Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет*

E-mail: chr101@mail.ru

Исследуется система уравнений мелкой воды с прямолинейным наклонным дном, для которой матрица Якоби зависимых переменных относительно независимых переменных вырождена. Этот случай ранее никем не изучался. Мы получили все такие решения системы. Каждое решение для конкретных значений его параметров иллюстрируется графиком превышения свободной поверхности над дном и графиком распределения скорости распространения поверхностной волны. Указан физический смысл этих решений. Методом А-операторов найдены все законы сохранения нулевого порядка для исходной системы с наклонным дном.

Список литературы

1. Chirkunov Yu. A. Exact solutions of the shallow water system with an inclined bottom // Discontinuity, Nonlinearity, and Complexity. 2024. Vol. 13 (2). P. 279–289. DOI:10.5890/DNC.2024.06.006.

**Динамическое продольное деформирование вязкоупругого стержня со степенной нелинейностью**

Ю. А. Чиркунов, М. Ю. Чиркунов

*Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет*

E-mail: chr101@mail.ru

Исследуется модель нелинейного продольного динамического деформирования вязкоупругого стержня со степенной зависимостью напряжения от деформации и скорости деформации. Эта модель задается нелинейным дифференциальным уравнением с частными производными третьего порядка. Найдена основная группа Ли преобразований этого уравнения. Для этой модели найдены все инвариантные подмодели. Для всех этих подмоделей инвариантные решения, определяющие эти подмодели, получаются либо в явном виде, либо их поиск сводится к решению систем дифференциальных уравнений первого порядка. Для этих систем изучаются имеющие физический смысл краевые задачи, которые при некоторых конкретных значениях входящих в них параметров решаются численно. Проведенные исследования особенно актуальны в ракетостроении, авиастроении, судостроении и других областях.

**Нелинейное распределение тепла в стержне при наличии внешнего нестационарного источника нагрева или охлаждения**

Ю. А. Чиркунов, М. Ю. Чиркунов

*Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет*

E-mail: chr101@mail.ru

Исследуется нелинейное распределение тепла в прямолинейном однородном стержне при наличии внешнего нестационарного источника нагрева или охлаждения. Методами анализа симметрии найдены все основные модели общей модели, обладающие различными свойствами симметрии. Дальнейшее исследование посвящено модели, допускающей наиболее широкую группу преобразований Ли по сравнению с другими базовыми моделями. Для дифференциального уравнения, определяющего эту модель, мы получили все сепарабельные решения и все инвариантные решения. Некоторые решения находятся явно. Набор этих явных решений зависит от эмпирически определенных параметров: одна любая гладкая функция и десять произвольных констант. Для этих решений при некоторых значениях параметров, от которых эти решения зависят, получены графики распределения тепла в стержне. Для других решений мы изучили некоторые физически значимые краевые задачи. Установлены существование и единственность решений этих краевых задач при некоторых дополнительных условиях. Это позволяет корректно решать данные краевые задачи численно. Краевые задачи для некоторых конкретных значений входящих в них параметров решены численно. Получены соответствующие графики функций.

**Дискретизация дифференциальных операторов с условием ограниченности решения**А. В. Шарова<sup>1</sup>, Э. А. Бибердорф<sup>2</sup><sup>1</sup>*Новосибирский государственный университет*<sup>2</sup>*Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН*

E-mail: a.sharova@g.nsu.ru

В работе рассматривается ситуация, часто возникающая при моделировании процессов, протекающих в цилиндрических и сферических областях, когда помимо условий на границе области неявно подразумевается условие ограниченности в ее центре. Это условие должно учитываться при получении дис-

кретной модели. Один из вариантов решения этой проблемы для дискретизации с помощью коллокационных матриц приводится в [1]. Однако, этот подход может быть недостаточно точным, если гладкость четного или нечетного продолжения функции недостаточна.

В данной работе представлены два новых подхода к дискретизации производных с условием ограниченности. Применение одного из них требует знания априорной информации о асимптотическом поведении решения в нуле, второй использует простой факт, что если функция  $f(r)$  ограничена при  $r = 0$ , то для функции  $g(r) = r f(r)$  выполняется однородное условие  $g(0) = 0$ .

Результаты применения этих подходов демонстрируются примере спектральной задачи для уравнения Бесселя и на задачах о течении в бесконечном цилиндре.

Работа выполнена в рамках государственного задания Института математики им. С. Л. Соболева СО РАН (проект № FWNF-2022-0008).

Список литературы

1. Trefethen L. N. Spectral methods in MATLAB. SIAM. Philadelphia. 2000. P. 163.

### **Многошаговые сеточно-характеристические схемы повышенного порядка аппроксимации для трехмерных динамических задач**

А. В. Шевченко<sup>1,2</sup>, В. И. Голубев<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Московский физико-технический институт

<sup>2</sup>Институт аналитического приборостроения РАН

E-mail: alexshevchenko@phystech.edu

Сейсмическая разведка является одним из широко используемых методов поиска месторождений углеводородов. Она основана на явлении распространения сейсмических волн в неоднородной геологической среде, сопровождаемом формированием отраженных волн.

Для описания процесса динамического нагружения геологического массива широко используется модель акустической среды и модель линейно упругой среды. Построение их численных решений может быть выполнено с использованием сеточно-характеристического подхода. Несмотря на то, что для одномерных гиперболических систем построены методы повышенного порядка аппроксимации, использование традиционных схем пространственного расщепления приводит к снижению порядка аппроксимации итоговой многомерной схемы.

Ранее значительные успехи были получены в области построения схем повышенного порядка для двумерных задач. Однако, наибольший практический интерес представляют полноволновые трехмерные постановки. В настоящей работе развит подход многошагового расщепления для данного случая. Построенная трехмерная схема успешно применена для решения акустических и линейно упругих задач, эмпирически подтверждено сохранение повышенного порядка аппроксимации.

### **Full-wave simulation of the fatigue fracturing process for the plate with hole**

W. Khalid, В. О. Стецюк, В. И. Голубев, Н. И. Хохлов

Московский физико-технический институт

E-mail: khalidbinwaleed97@gmail.com

The process of the fatigue fracturing is very important in aircraft manufacturing. The turbine blades are loaded during each flight with tiny amplitudes, but it still leads to their damage. The elaboration of the modern laboratory devices for very high cycling loading allows us to test the materials under high frequency loading. The

computer simulation in this domain can give us the data, that is necessary to construct reliable mechanical models.

In this work, the problem of the fatigue fracturing of the plate with the hole is considered. The full-wave simulation of each cycle of the loading was carried out with the grid-characteristic method. The usage of the superimposed grids allows us to describe the complex form of the hole without significant increases of the computational complexity. The multi-modal continuum model of destruction was used to describe the plate damage.

## СЕКЦИЯ 2

### Численное статистическое моделирование и методы Монте-Карло

#### Построение проекционной оценки маргинальной плотности решения стохастических дифференциальных уравнений

Т. А. Аверина

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

E-mail: ata@osmf.sccc.ru

Во многих задачах, модели которых можно описать стохастическими дифференциальными уравнениями (СДУ) [1, 2], требуется оценка плотности вероятности решения, которая дает максимальную информацию о процессе.

Численные методы решения СДУ [3] позволяют найти приближенное решение СДУ, а также дают возможность оценить плотность вероятности решения. В качестве такой оценки обычно используется гистограмма распределения (построенная по выборке). Однако многие задачи требуют оценивания распределения, когда конечный результат должен быть представлен в аналитической форме в виде функции. Поэтому в данной работе излагается альтернативный способ оценки плотности вероятности решения СДУ. Построены два алгоритма вычисления численно-статистической проекционной оценки маргинальной плотности вероятности решения стохастических дифференциальных уравнений с использованием полиномов Лежандра. Исследована проблема оптимального (согласованного) выбора параметров статистического алгоритма. Проведено сравнение полученных проекционных оценок и гистограммы.

Исследование выполнено в рамках государственного задания ИВМиМГ СО РАН № FWNM-2022-0002.

Список литературы

1. Kushner H. J. Probability methods for approximations in stochastic control and for elliptic equations. New York, 1977. 243 p.

2. Аверина Т. А., Рыбаков К. А. Приближенное решение задачи прогнозирования для стохастических систем диффузионно-скачкообразного типа // СибЖВМ. 2017. Т. 20, № 1. С. 1–13. DOI: 10.15372/SJNM20170101.

3. Аверина Т. А. Статистическое моделирование решений стохастических дифференциальных уравнений и систем со случайной структурой. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2019. 350 с. [https://www.rfbr.ru/rffi/ru/books/o\\_2097688](https://www.rfbr.ru/rffi/ru/books/o_2097688).

#### Алгоритмы моделирования негауссовских случайных процессов с заданными маргинальными распределениями

М. С. Акентьева<sup>1</sup>, В. А. Огородников<sup>1</sup>, Н. А. Каргаполова<sup>1</sup>, С. Су<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

<sup>2</sup>*Новосибирский государственный университет*

E-mail: marina-akenteva@mail.ru

В докладе будет представлен обзор новых алгоритмов моделирования негауссовских случайных процессов.

Ряд представленных алгоритмов предназначен для моделирования отрезков стационарных векторных и скалярных последовательностей с частными распределениями их подпоследовательностей фикси-

рованной длины в виде смесей гауссовских распределений. В основе алгоритмов лежат метод суперпозиции двух гауссовских векторных процессов, метод условных распределений и отбор реализаций для приближенного построения условных реализаций [1, 2].

Кроме этого, будут представлены модификации алгоритма из работы [3], позволяющие моделировать различные классы нестационарных негауссовских последовательностей с заданными одномерными распределениями и корреляционной функцией. Предложенные алгоритмы базируются на выборе элементов из упорядоченных совокупностей независимых случайных величин, осуществляемом с помощью однородных векторных и неоднородных скалярных марковских цепей.

Исследование выполнено в рамках государственного задания ИВМиМГ СО РАН FWNM-2022-0002.

#### Список литературы

1. Огородников В. А., Акентьева М. С., Каргаполова Н. А. Приближенный алгоритм моделирования стационарных дискретных случайных процессов с двумерными распределениями последовательных компонент в виде смеси гауссовских распределений // СибЖВМ. 2024. Т. 27, № 2. С. 213-218.
2. Akenteva M. S., Kargapolova N. A., Ogorodnikov V. A. Simulation algorithms for stationary sequences with distributions in the form of a mixture of Gaussian distributions // RJNAMM. 2024. Vol. 39, No. 3. P. 123–130.
3. Марченко А. С., Молчан С. И., Петров А. В., Ступин В. В. Один класс стационарных временных рядов с произвольным одномерным распределением вероятностей / Сб. научных трудов "Теория и приложения статистического моделирования" под ред. Г. А. Михайлова. Новосибирск: ВЦ СО АН СССР, 1985.

#### **Модификация метода исключения**

В. С. Антюфеев

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

E-mail: ant@osmf.sccc.ru

Рассматривается модификация метода исключения [1–3] для вычисления интегралов методом Монте Карло. Эта модификация позволяет ускорить расчет. Приведены результаты численных экспериментов, которые показали увеличение эффективности модифицированного алгоритма расчета интегралов.

#### Список литературы

1. Соболев И. М. Численные методы Монте-Карло. М.: Наука, 1973.
2. Spanier J., Gelbard E. M. Monte Carlo principles and neutron transport. Addison-Wesley, Reading, Massachusetts, 1969.
3. Ермаков С. М., Михайлов Г. А. Курс статистического моделирования. М.: Наука, 1976.

#### **Сравнительный анализ двустороннего алгоритма метода исключения и зиккурат-метода на примере моделирования степенного распределения**

В. Л. Брызгалов<sup>1</sup>, А. В. Войтишек<sup>2</sup>

<sup>1</sup>МБОУ Лицей № 130 им. акад. М. А. Лаврентьева

<sup>2</sup>Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН

E-mail: finepowerc4acc@gmail.com

В работе проведен сравнительный анализ двух авторских универсальных (во всяком случае, для случайных величин, имеющих монотонные плотности на конечных интервалах распределения) алгоритмов с уравниванием вероятностей – двустороннего алгоритма метода исключения с кусочно-постоянными

мажорантой и минорантой [1] и корректного, существенно модифицированного (по сравнению с работой [2]) зиккурат-метода – на примере моделирования случайной величины  $\xi$ , имеющей степенное распределение с плотностью  $f_{\xi}(u) = (c + 1)u^c; u \in [0,1]$ . В проведенных тестовых вычислениях существенно использована разработанная нами компьютерная система EDSRM (Economical Double-Sided Rejection Method; см. [http:// edsrm.andronix1.ru/](http://edsrm.andronix1.ru/)), состоящая из библиотеки distributed-random, реализованной на языках Rust (см. [https:// github.com/andronix1/distributed-random-rs/](https://github.com/andronix1/distributed-random-rs/)) и C (см. [https:// github.com/andronix1/distrand](https://github.com/andronix1/distrand)), а также удобной для использования исследовательской диалоговой системы. Вычисления показали, что двусторонний алгоритм метода исключения в 1,64 раза экономичнее известной формулы метода обратной функции распределения  $\xi_0 = \sqrt[c+1]{\alpha_0}; \alpha_0 \in U(0,1)$  для всевозможных степеней  $c$ . Модифицированный зиккурат-метод дает еще больший выигрыш по той причине, что требует меньшего числа обращений к генератору стандартных псевдослучайных чисел  $\alpha_i \in U(0,1)$  по сравнению с двусторонним алгоритмом метода исключения.

Исследования выполнены в рамках государственного задания ИВМиМГ СО РАН FWNM-2022-0002.

#### Список литературы

1. Брызгалов В. Л., Войтишек А. В. Анализ трудоемкости формул метода обратной функции распределения для случайных величин с конечным интервалом распределения // Информационные технологии и математическое моделирование (ИТММ-2023): Материалы 22-й Междунар. конф. им. А. Ф. Терпугова, Томск, 4–9 декабря 2023 г. Томск: Изд-во ТГУ, 2023. Ч. 1. С. 314–321.
2. Marsaglia G., Tsang W. W. The ziggurat method for generating random variables // J. of Stat. Software. 2000. Vol. 5, iss. 8.

#### **Оценка влияния на теплоперенос случайного источника в граничном условии при решении краевой задачи для уравнения теплопроводности методом Галёркина**

С. А. Гусев

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

E-mail: sag@osmf.sccc.ru

В докладе рассматривается одномерная краевая задача для уравнения теплопроводности со случайным возмущением в граничном условии третьего рода. В работе [1] для такой краевой задачи с помощью разложения решения по тригонометрическим функциям были даны точные оценки влияния на теплоперенос постоянного возмущения в граничном условии. В данной работе получены формулы влияния случайного возмущения в виде винеровского процесса в граничном условии на решение в узлах заданной пространственной сетки при использовании метода Галёркина с кусочно-линейным базисом. В полученной при этом неоднородной системе дифференциальных уравнений на основе точных формул обращения трехдиагональных матриц в [2] определено влияние случайного источника на решение в узлах сетки в правой части этой системы. Определение влияния на теплоперенос случайного источника с учетом диффузии получено с использованием формул в монографии [3] для решения обобщенной проблемы собственных значений с положительно определенными симметричными трехдиагональными матрицами.

Работа выполнена в рамках государственного задания ИВМиМГ СО РАН (проект 0251-2022-0002).

#### Список литературы

1. Гусев С. А., Николаев В. Н. О влиянии случайных факторов внешней среды на процессы теплопереноса в летательных аппаратах // СибЖВМ. 2024. Т. 27, № 2. С. 165–172.

2. Бухбергер Б., Емельяненко Г. А. Методы обращения трехдиагональных матриц // ЖВМиМФ. 1973. Т. 13, № 3. С. 546–554.
3. Воеводин В. В., Кузнецов Ю. А. Матрицы и вычисления. М.: Наука, 1984.

### **Якорный бутстреп для набора молекулярных последовательностей**

В. М. Ефимов<sup>1</sup>, К. В. Ефимов<sup>2</sup>, С. Дин<sup>3</sup>, В. Ю. Ковалева<sup>4</sup>

<sup>1</sup>Институт цитологии и генетики СО РАН

<sup>2</sup>Высшая школа экономики

<sup>3</sup>Новосибирский государственный университет

<sup>4</sup>Институт систематики и экологии животных СО РАН

E-mail: vmefimov@gmail.com

При бутстрепе набора молекулярных последовательностей, например, в филогенетических целях, желательно сохранять представительство каждой последовательности. В работах [1, 2] предложен якорный бутстреп для отдельной последовательности элементов любого типа. Якорный бутстреп для последовательности отличается от классического тем, что в бутстреп-копии максимально сохраняется порядок следования элементов. Если применить метод к каждой молекулярной последовательности набора, то мы получим бутстреп-копию всего набора с сохранением как списка, так и длин последовательностей, которые могут быть различными.

#### Список литературы

1. Efimov V., Efimov K., Kovaleva V. Anchored bootstrap // 2020 Cognitive Sciences, Genomics and Bioinformatics (CSGB). IEEE, 2020. P. 32-35.
2. Ефимов В. М., Ефимов К. В., Ковалева В. Ю., Матушкин Ю. Г. Главные компоненты генетических последовательностей: корреляции и достоверность // Матем. биол. и биоинформ. 2021. Т. 16, № 2. С. 299–316. DOI: 10.17537/2021.16.

### **Моделирование методом Монте-Карло сигналов лидарного зондирования атмосферной облачности с учетом поляризации**

Е. Г. Каблукова<sup>1</sup>, С. М. Пригарин<sup>1</sup>, С. Чжан<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН

<sup>2</sup>Новосибирский государственный университет

E-mail: kablukovae@sscc.ru

Работа посвящена статистическому моделированию лидарных сигналов при зондировании атмосферной облачности с учетом поляризации света. Для моделирования процесса переноса поляризованного излучения использовались параметры Стокса, а лидарные эхо-сигналы вычислялись с помощью локальных оценок [1]. Вычислительные эксперименты проводились для зондирования жидкокапельной облачности лидарами наземного и космического базирования. Расчеты показали, что статистическое моделирование без учета поляризации может существенно исказить результаты. Наибольшие искажения наблюдались в вычислениях для бистатистического лидара. Сравнение стандартного и адаптивного методов моделирования поляризованных сигналов [2], показало, что оба метода обладают примерно одинаковой статистической погрешностью. Хотя дисперсия оценок, полученных адаптивным методом, меньше дис-

персии для стандартного метода, но это преимущество адаптивного метода незначительно и нивелируется более сложным и трудоемким алгоритмом моделирования [3]. Отметим, что учет поляризации излучения при статистическом моделировании сигналов лидарного зондирования позволяет повысить точность вычислений, а также дает возможность более детально исследовать радиационные поля, порожденные лазерными импульсами, и разрабатывать новые перспективные методики лидарного зондирования природных сред.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 23-27-00345).

#### Список литературы

1. Марчук Г. И., Михайлов Г. А., Назаралиев М. А. и др. Метод Монте-Карло в атмосферной оптике. Новосибирск: Наука, Сиб. отд-ние, 1976.
2. Mikhailov G. A., Prigarin S. M., Rozhenko S. A. Comparative analysis of vector algorithms for statistical modelling of polarized radiative transfer process // RJNAMM. 2018. Vol. 33, No. 4. P. 253-263.
3. Prigarin S. M., Kablukova E. G., Zhang X. Monte Carlo simulation of polarized lidar returns for atmospheric clouds sensing // RJNAMM. 2024. Vol. 39, No. 3. P. 131-141.

#### **Влияние на скорость горячих электронов процентного соотношения материалов в составе слоя InGaAs в глубокой квантовой яме AlGaAs/InGaAs**

Е. Г. Каблукова<sup>1</sup>, Д. Ю. Протасов<sup>2</sup>, К. К. Сабельфельд<sup>1</sup>, К. С. Журавлев<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН

<sup>2</sup>Институт физики полупроводников им. А. В. Ржанова

E-mail: kablukovae@sscc.ru

Работа посвящена разработке и тестированию алгоритма стохастического моделирования транспорта электронов в полупроводниковой гетероструктуре DA-pHEMT. Математическая постановка задачи транспорта электронного газа в гетероструктуре представлена в виде связанной системы уравнений Пуассона, Шредингера и кинетического уравнения Больцмана. Описан алгоритм решения данной системы уравнений, приведены формулы расчета вероятностей рассеяния и индикатрис рассеяния электронов на полярных оптических и междолинных фонах, а также на примесях (донорах и акцепторах). Математическая модель и алгоритм моделирование учитывают распределение электронов по энергетическим уровням в основной и боковых долинах. Проведен численный эксперимент по моделированию транспорта электронов в гетероструктуре AlGaAs – GaAs – AlGaAs – GaAs – InGaAs – GaAs – AlGaAs – GaAs – AlGaAs. Численно определено влияние процентного соотношения веществ In и Ga в составе слоя InGaAs на скорость горячих электронов в гетероструктуре.

#### **Стохастическое моделирование хемотаксиса биологических организмов с учетом влияния аттрактантов и токсинов**

А. Е. Киреева, К. К. Сабельфельд

Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН

E-mail: kireeva@ssd.sccc.ru

Хемотаксисом называется направленное движение клеток или организмов в ответ на химическое воздействие. Движение может быть направлено к аттрактантам (питательным веществам) и от токсинов (репеллентов). Хемотаксис играет важную роль в широком спектре биологических процессов. Наиболее

распространенная модель хемотаксиса, описывающая эволюцию концентрации клеток и химического вещества, – это модель Келлера – Сегеля [1]. В данной работе рассматривается модель, основанная на модели Келлера – Сегеля и состоящая из трех нестационарных уравнений: уравнения реакции-диффузии, описывающего изменение концентрации биологических организмов, и двух уравнений диффузии, описывающих изменение концентрации хемоаттрактантов (активаторов) и токсинов (ингибиторов) [2]. Система уравнений решается с помощью итерационного алгоритма по временным шагам. На каждом временном шаге вычисляются концентрации хемоаттрактантов и токсинов с помощью решения стационарных уравнений диффузии. Вычисленные значения подставляются в уравнение реакции-диффузии, из которого находится концентрация биологических организмов. На нулевом шаге в качестве решения берутся начальные данные. Далее для вычисления новых значений концентрации используются решения уравнений, полученные на предыдущем шаге. Решения стационарных уравнений диффузии и реакции-диффузии находятся методом глобального стохастического блуждания по сферам [3].

### **Исследование трудоемкостей алгоритмов моделирования двумерных случайных векторов с зависимыми компонентами**

Д. Е. Кирильчик<sup>1</sup>, А. В. Войтишек<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Новосибирский государственный университет

<sup>2</sup>Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН

E-mail: d.kirilchik@g.nsu.ru

В работе представлен детальный анализ реализации так называемой технологии распределенного (взвешенного) параметра (см. раздел 14.3 книги [1]), предназначенной для конструирования совместных плотностей  $f_{(\xi,\eta)}(u,v) = f_{\xi}(u) \times f_{\eta}(v|u); u \in (a,b), v \in (c,d)$  двумерных случайных векторов  $(\xi, \eta) \in (a,b) \times (c,d)$ , для которых есть возможность построить эффективные алгоритмы численного моделирования выборочных значений  $\xi_0$  и  $\eta_0$ . Анализ проведен с помощью авторской диалоговой системы NMTDD (Numerical Modelling of Two-Dimensional Distributions) [2], представляющей собой двумерный аналог известной (и тоже авторской) системы NMPUD (Numerical Modelling of Probabilistic Univariate Distributions) – см. <https://nmpud.netlify.app> и работу [3]. Новая система NMTDD позволяет вносить в нее нужные представления плотностей  $f_{\xi}(u)$  и  $f_{\eta}(v|u)$  и формулы метода обратной функции распределения вида  $\xi_0 = F_{\xi}^{-1}(\alpha_0), \eta_0 = F_{\eta}^{-1}(\alpha_0; \xi_0)$ , где  $F_{\xi}(x) = P\{\xi < x\} = \int_{-\infty}^x f_{\xi}(u) du, F_{\eta}(x; u) = P\{\eta < x\} = \int_{-\infty}^x f_{\eta}(v|u) dv$ , а  $\alpha_1, \alpha_2 \in U(0,1)$  – стандартные случайные числа (см. раздел 2.4 учебника [1]), а затем наблюдать совпадение графика функции  $f_{(\xi,\eta)}(u,v)$  с соответствующей гистограммой. Как и в системе NMPUD [3], важным показателем эффективности (экономичности) используемых моделирующих формул является выводимое на экран время на реализацию  $10^6$  выборочных значений  $(\xi_0, \eta_0)$  случайного вектора  $(\xi, \eta)$ .

Исследования выполнены в рамках государственного задания ИВМиМГ СО РАН FWNM-2022-0002.

#### Список литературы

1. Войтишек А. В. Лекции по численным методам Монте-Карло. Новосибирск: ИПЦ НГУ, 2018. 314 с.
2. Кирильчик Д. Е. Проект компьютерной системы моделирования двумерных случайных векторов // Математика : Материалы 62-й Международной науч. студ. конф., Новосибирск, 17–23 апреля 2024 г. Новосибирск: ИПЦ НГУ, 2024. С. 199.

3. Cherkashin D. A., Voytishchik A. V. Using the inverse distribution function method and the modified superposition method in the NMPUD computational system // J. of Physics: Conf. Ser. 2021. Vol. 2099, No. 012071.

### **О программной системе исследования и анализа статистических закономерностей одномерных случайных величин**

Б. Ю. Лемешко, С. Ю. Лемешко

*Новосибирский государственный технический университет*

E-mail: lemeshko@ami.nstu.ru

Корректному применению методов статистического анализа в приложениях препятствует ряд факторов. Во-первых, в математическом аппарате прикладной математической статистики остаются "белые пятна", которые не удастся раскрыть аналитическими методами. Во-вторых, предположения, обуславливающие корректность статистических выводов, в условиях конкретных приложений часто не выполняются. В-третьих, при ограниченных объемах выборок свойства методов и критериев проверки гипотез могут существенно отличаться от асимптотических. В-четвертых, естественные ошибки округления в анализируемых рядах измерений могут существенно изменять свойства применяемых критериев. В-пятых, нестандартные условия, в которых требуется знать свойства применяемого критерия, зачастую становятся известными только к моменту использования этого критерия. В таких ситуациях необходимые знания о свойствах критериев могут быть получены лишь с опорой на программное обеспечение и методы статистического моделирования.

Развиваемая программная система может использоваться для анализа данных в различных приложениях и для исследования закономерностей, связанных с различными статистическими критериями.

### **Алгоритмы статистического моделирования метеорологических случайных полей с учетом специфики их однородности**

Ш. Ли<sup>1</sup>, В. А. Огородников<sup>2</sup>, М. С. Акентьева<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*Новосибирский государственный университет*

<sup>2</sup>*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

E-mail: ova@osmf.sccc.ru

В работе А. Б. Глуховского [1] и позднее В. Minasny [2] описан класс параметрических корреляционных функций случайных пространственных однородных изотропных полей, которые являются функциями одной переменной. Принято считать, что класс этих функций достаточно широк и позволяет описывать структуру реальных однородных изотропных метеорологических полей наиболее полно [3]. При этом он также может быть существенно расширен путем рандомизации их параметров. Для того, чтобы описать корреляционную структуру однородных полей эти функции необходимо обобщить на случай функций двух аргументов и, при этом, обеспечить их положительную определенность. Кроме того, эти функции должны быть пригодны для описания специфики однородности реальных полей.

В данном докладе рассматривается адаптация алгоритмов моделирования гауссовских и негауссовских однородных изотропных полей на случай однородных полей с учетом специфики реальной однородности. В частности, предлагается модификация метода моделирования однородных изотропных полей на точечных потоках [4], учитывающая специфику метеорологических полей. Метод моделирования однородных изотропных полей на точечных потоках включает в себя использование в алгоритме изотропного вектора для выбора направления, в котором строится стационарный точечный поток. В данной мо-

дификации алгоритма направление, вдоль которого строится поток точек, выбирается не изотропно. Характер распределения угла этого направления определяет характер однородности, который проявляется, например, в специфике изолиний корреляционной функции однородного поля. Аналогичные исследования проведены по адаптации спектральных моделей для моделирования однородных метеорологических полей.

Разработанные алгоритмы используются для построения трехмерных метеорологических полей с учетом специфики горизонтальной однородности и неоднородности по вертикальной координате.

Исследование выполнено в рамках государственного задания ИВМиМГ СО РАН FWNM-2022-0002.

#### Список литературы

1. Глуховский А. Б. О статистическом моделировании метеорологических полей // Изв. АН СССР. Сер.: Физика атм. и океана. 1969. Т. 5, № 7. С. 724–7293.
2. Minasny B., McBratney A. B. The Matern function as a general model for soil variograms // Geoderma. 2005. Vol. 128, iss. 3–4. P. 192–207.
3. Гандин Л. С., Каган Р. Л. Статистические методы интерпретации метеорологических данных. Л: Гидрометеоздат, 1976.
4. Михайлов Г. А. Оптимизация весовых методов Монте-Карло. М: Наука, 1986.

#### **Оптимизация численно-статистического алгоритма оценки среднего потока частиц в случайной размножающей ограниченной среде**

Г. З. Лотова, Г. А. Михайлов, С. А. Роженко

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

E-mail: lot@osmf.sccc.ru

Построены эффективные алгоритмы метода Монте-Карло для исследования сверхэкспоненциального роста среднего потока частиц  $J$  в ограниченной области  $D$ , заполненной размножающей частицы случайной средой. Предполагается, что плотность среды – это "усечение" однородного изотропного случайного поля, стандартным вариантом которого является "мозаика Вороного". Ввиду теоретической и вычислительной сложности решаемой задачи была предложена и разработана компьютерно-экономичная  $h$ -сеточная аппроксимация указанного случайного поля, которая, в частности, позволила доказать предельную теорему об асимптотической (при  $h \rightarrow 0$ ) гауссовости распределения показателя экспоненты, определяющей асимптотику потока частиц по времени  $t$  [1]. Эта теорема подтверждается результатами численных экспериментов, проведенных во французском ядерном центре [2]. Осреднение такой экспоненты и дает сверхэкспоненциальную оценку  $J$  в начальном интервале времени с  $dt^2$  в показателе [1]. Использование сеточной модели позволило провести в тестовой задаче расчеты до  $t = 5000$  (в средних пробегах, так как скорость частицы  $v = 1$ ), причем примерно до  $t = 1000$  результаты для сеточной модели и поля Вороного практически совпадают.

Для корректного сравнения результатов различных вариантов расчета было введено понятие эффективного корреляционного радиуса  $L$ , который для "выпуклой" случайной мозаики равен среднему расстоянию от внутренней точки элемента мозаики до его границы с учетом ограниченности области  $D$ . Построен нетривиальный алгоритм вычисления  $L$  для поля Вороного. Показана сходимости среднего потока к мажорантной экспоненте с показателем, соответствующем максимальной плотности среды.

## Список литературы

1. Михайлов Г. А., Лотова Г. З. Численно-статистическое исследование суперэкспоненциального роста среднего потока частиц, размножающихся в однородной случайной среде // Доклады РАН. Математика, информатика, процессы управления. 2023. Т. 514. С. 112-117.
2. Larmier C., Zoia A., Malvagi F., Dumonteil E., Mazzolo A. Monte Carlo particle transport in random media: The effects of mixing statistics // J. Quant. Spectr. Radiat. Transfer. 2017. Vol. 196. P. 270-286.

**Новые эффективно реализуемые аппроксимации случайных функций для решения стохастических задач теории переноса**

И. Н. Медведев, Г. А. Михайлов

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

E-mail: min@osmf.sccc.ru

В докладе представлена новая [1] сеточная аппроксимация однородного изотропного случайного поля с заданной средней корреляционной длиной. Эта аппроксимация строится путем разбиения координатного пространства на ансамбль кубиков, размер которых воспроизводит среднюю корреляционную длину при независимом выборе значения поля из заданного одномерного распределения в каждом элементе разбиения.

Сформулирован также недавно предложенный авторами метод корреляционно-рандомизированного моделирования переноса частиц через случайную среду. Проведено сравнение точности и трудоемкости соответствующих алгоритмов метода Монте-Карло для решения задач о переносе гамма-квантов через случайную среду типа мозаики Вороного.

Для проверки гипотезы о существенном влиянии одномерного распределения и корреляционного радиуса оптической плотности среды на перенос излучения были также проведены дополнительные расчеты для случайного пуассоновского "поля воздушных шаров" в воде. Дано обобщение сеточной аппроксимации на неизотропные случайные поля.

Исследование выполнено в рамках государственного задания ИВМиМГ СО РАН № FWNM-2022-0002.

## Список литературы

1. Mikhailov G. A., Medvedev I. N. New computer efficient approximations of random functions for solving stochastic transport problems // Comput. Math. and Math. Phys. 2024. Vol. 64. P. 314–325. <https://doi.org/10.1134/S0965542524020088>.

**Особенности стохастической модели субдиффузии**

Л. В. Пехтерева, В. А. Селезнев

*Новосибирский государственный технический университет*

E-mail: pekhtereva@corp.nstu.ru

В работах [1–2] разработаны методы прямой стохастической реализации субдиффузии. Установлены временные и алгоритмические преимущества этих методов перед методами численной реализации эквивалентных моделей в виде интегральных уравнений динамики концентрации или уравнений с дробными производными по времени.

В моделях диффузии, где не учитывается память частиц, уравнение динамики концентрации и динамическое уравнение Ланжевена моделируют один и тот же процесс, поэтому численная реализация блуждания отмеченной частицы отражает коллективное поведение ансамбля частиц независимо от их

поведения в прошлом. Но когда решается задача отслеживания траекторий частиц в микросистемах, в моделях перемещения животных, человека, а также в некоторых моделях диффузии в гетерогенных средах [4], являющихся моделями аномальной диффузии с памятью, то процессы, описываемые уравнениями для отдельных частиц, не обязательно эквивалентны процессам, моделируемым уравнениями для функции распределения концентрации или плотности вероятности.

Разработанный нами метод прямого моделирования субдиффузии с задержками подходит для исследования ситуаций, когда отдельные частицы или часть ансамбля имеют нехарактерные для ансамбля свойства вдоль своих траекторий, и стохастическая модель позволяет фиксировать разные характеристики частиц и отслеживать их поведение для наблюдателя, включившегося в процесс в некоторый случайный момент времени.

#### Список литературы

1. Пехтерева Л. В., Селезнев В. А. О методе Монте-Карло для уравнения субдиффузионного процесса с дробной производной по времени // Сб. науч. трудов Sworld. 2015. Т. 21, вып. 1. С. 70–78.
2. Селезнев В. А., Пехтерева Л. В. Метод случайных блужданий в моделировании субдиффузии // Марчуковские научные чтения – 2017 : труды Междунар. науч. конф., Новосибирск, 25 июня – 14 июля 2017 г. Новосибирск, 2017. С. 789-794.
3. Cherstvy A. G., Chechkin A. V., Metzler R. Anomalous diffusion and ergodicity breaking in heterogeneous diffusion processes // New J. of Phys. 2013. Vol. 15, iss. 8.

#### **Вероятностный анализ функций от случайных аргументов в пространствах распределений**

О. А. Попова, Б. С. Добронец

*Сибирский федеральный университет*

E-mail: olgaarc@yandex.ru

В работе рассматриваются вопросы численной аппроксимации распределений функций случайных аргументов. Предполагается, что входные распределения представлены в виде обобщенных кусочно-полиномиальных функций. Для построения аппроксимации выходных распределений используются техники вероятностных расширений [1]. Исследованы вопросы числа операций и точности построения выходных распределений. На примере вероятностных арифметик показан учет особенностей функций плотности вероятности и использование распределений с тяжелыми хвостами.

#### Список литературы

1. Добронец Б. С., Попова О. А. Вычислительный вероятностный анализ: модели и методы. Красноярск: Сиб. фед. ун-т, 2020.

#### **Статистическое моделирование сигналов широкоугольных лидаров при зондировании кристаллической и жидкокапельной облачности**

С. М. Пригарин, Д. Э. Миронова

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

E-mail: sergeim.prigarin@gmail.com

Одним из эффективных средств исследования оптических и микрофизических свойств облачной среды является лидарное зондирование. Работа посвящена вычислению пространственно-временных сигналов широкоугольных лидаров при зондировании атмосферной облачности. Для вычисления исполь-

зуются локальные оценки метода Монте-Карло [1]. С помощью вычислительных экспериментов анализируются особенности сигналов, регистрируемых моностатическими и бистатическими лидарами. При зондировании тонких облачных слоев сигнал моностатического лидара представляет собой одно расширяющееся кольцо, и решение обратных задач опирается на геометрические и яркостные характеристики этого кольца [2]. Результаты статистического моделирования позволяют сделать вывод о перспективности бистатической схемы с расположением источника и приемника по разные стороны слоя. В случае бистатической схемы сигнал широкоугольного лидара может содержать дополнительное внутреннее кольцо [3], которое исчезает в течение сотен наносекунд. Таким образом, более сложная структура сигнала бистатического лидара дает дополнительную информацию для решения обратных задач дистанционного зондирования.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского научного фонда, проект № 23-27-00345.

#### Список литературы

1. Марчук Г. И., Михайлов Г. А., Назаралиев М. А. и др. Метод Монте-Карло в атмосферной оптике. Новосибирск: Наука; Сиб. отд-ние, 1976.
2. Пригарин С. М., Миронова Д. Э. Моделирование рассеяния лазерных импульсов в облачных и водных средах. Lambert Academic Publishing, 2020. 47 с.
3. Prigarin S. M., Mironova D. E. Monte Carlo simulation of wide-angle lidar signals // Num. Analysis and Appl. 2024. Vol. 17, No. 2. P. 188-195.

#### **Новые вероятностные модели решения краевых задач для полулинейного уравнения Гельмгольца**

А. С. Расулов, Г. М. Раимова

*Университет мировой экономики и дипломатии, Ташкент*

E-mail: asrasulov@gmail.com

В данной работе рассматриваются вероятностные модели для решения краевых задач для полулинейного уравнения Гельмгольца. Получены вероятностные представления решения задач в виде математического ожидания некоторой случайной величины. В соответствии с вероятностными представлениями построены ветвящиеся процессы, заданы моделирующие формулы для каждого из ветвящихся процессов. Доказано, что построенные ветвящиеся процессы с вероятностью единица вырождаются и среднее число частиц каждого  $n$ -го поколения меньше либо равно единице. Для рассмотренных задач построены несмещенные оценки на траекториях соответствующих случайных процессов. Полученные оценки решений имеют ограниченную дисперсию, строятся на траекториях ветвящегося процесса с ограниченным средним числом ветвлений и легко моделируется. Используя аппарат теории мартингалов и марковских моментов, доказывается несмещенность и ограниченность дисперсии построенных оценок. В отличие от классического способа, предложенный в работе рекуррентный способ задания оценок при решении нелинейных задач, имеет ряд важных преимуществ, таких как: компактность математической записи; избежание громоздкого описания структур самих деревьев; удобность для применения аппарата теории мартингалов; малый объем, требуемой машинной памяти и простота реализаций оценок. На основе предложенных оценок были проведены вычислительные эксперименты. Результаты вычислительного эксперимента показывают, что при помощи построенного алгоритма можно строить оценки, эффективно реализуемые на компьютере.

**О некоторых аспектах использования разложений в ряды Эрмита и Лагерра для оптимизации алгоритмов метода Монте-Карло**

С. В. Рогазинский

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

E-mail: svr@osmf.sccc.ru

При оптимизации алгоритмов метода Монте-Карло часто используются  $L_2$ -метрика [1, 2]. При применении разложений в ортогональные ряды Эрмита и Лагерра квадрат минимизируемой погрешности представляется в виде суммы слагаемых, причем одно из них представляет собой квадрат нормы остатка соответствующего ряда. Это слагаемое играет важную роль при согласовании длины отрезка ряда с величиной погрешности данной аппроксимации. В докладе представлены результаты оценки указанного слагаемого в  $L_2$ -норме для случаев рядов Эрмита и Лагерра.

## Список литературы

1. Михайлов Г. А., Корда А. С., Рогазинский С. В. Построение эффективных рандомизированных проекционных оценок решения интегральных уравнений на основе полиномов Лежандра // ДАН. 2022. Т 507. С. 81–85.
2. Rogasinsky S. V. Two variants of Monte Carlo projection method for numerical solution of nonlinear Boltzmann equation // RJNAMM. 2019. V. 34, No 3. P. 143–150.

**Обобщенные гармоники, основанные на присоединенных функциях Якоби, и их приложение к оценке угловых распределений излучения методом Монте-Карло**

Н. В. Трачева

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

E-mail: natatracheva@gmail.com

В работах [1–3] рассматривается набор "полусферических" гармоник, которые были построены на основе присоединенных функций Якоби с параметрами  $(0,1)$ , по аналогии со сферическими гармониками на основе присоединенных функций Лежандра. Для данных гармоник в работах [1, 3] строятся проекционные рандомизированные алгоритмы метода Монте-Карло. В данной работе мы продолжим исследование присоединенных полиномов Якоби, но уже в общем случае, с параметрами  $(\alpha, \beta)$ . Будут получены нормировочные константы для "обобщенных гармоник", соответствующее дифференциальное уравнение для присоединенных функций Якоби в общем случае, а также будет сформулирована задача Штурма – Лиувилля для этих гармоник, по аналогии с классическим случаем сферических гармоник, которые получились естественным образом, как решение задачи Штурма – Лиувилля для оператора Лапласа на единичной сфере.

## Список литературы

1. Mahotkin O. A. Analysis of radiative transfer between surfaces by hemispherical harmonics // Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer. 1996. Т.56. №6. С.869-879.
2. Смелов В. В. О полноте системы полусферических гармоник // СибЖВМ. 1998. Т. 1, № 4. С. 391–395.
3. Tracheva N. V., Ukhinov S. A. Two-dimensional projection Monte Carlo estimators for the study of angular characteristics of polarized radiation // RJNAMM. 2018. V. 33, No. 3. P. 187–199.

**Сравнительный анализ различных мозаичных моделей случайных полей применительно к стохастическим задачам теории переноса излучения**

С. А. Роженко

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

E-mail: sergroj@mail.ru

Работа посвящена изучению свойств основных мозаичных моделей случайных полей плотности среды – поля Вороного, поля Пуассона и экономичной сеточной модели [1, 2].

Для корреляционных функций поля Вороного и сеточной модели найдены интегральные формулы. Для поля Пуассона соответствующая функция известна и является экспонентой [2].

Для "усечения" рассматриваемых случайных сред внутри шара получены интегральные формулы "эффективной корреляционной функции"  $k(r)$ , которая представляет собой осредненную корреляцию между значением плотности среды в точке  $x$ , случайно выбранной в шаре, и значением плотности в точке  $y$ , случайно выбранной на сфере радиуса  $r$  с центром в точке  $x$ . При этом для точки  $x$ , помимо равномерного распределения в шаре, было рассмотрено распределение, являющееся улучшенным диффузионным приближением к собственной функции оператора переноса частиц в шаре [3]. Полученные для  $k(r)$  формулы позволяют экономично вычислять "эффективную корреляционную длину"  $L = \langle k(r) \rangle$ .

Полученные интегральные формулы проверены численно. Также проведены сравнительные расчеты для рассматриваемых моделей в задаче, чувствительной к изменениям плотности среды. Они показали, что выбор параметров различных моделей среды исходя из равенства эффективной корреляционной длины существенно приближает результаты соответствующих расчетов друг к другу.

Список литературы

1. Лотова Г. З., Михайлов Г. А. Исследование сверхэкспоненциального роста среднего потока частиц в случайной размножающей среде // СибЖВМ. 2023. Т. 26, № 4. С. 401–413.
2. Амбос А. Ю. Вычислительные модели мозаичных однородных изотропных случайных полей и задачи переноса излучения // СибЖВМ. 2016. Т. 19, № 1. С. 15–28.
3. Романов Ю. А. Точные решения односкоростного кинетического уравнения и их использование для расчета диффузионных задач (усовершенствованный диффузионный метод) // Исследование критических параметров реакторных систем. М.: Госатомиздат, 1960. С. 3–26.

**Вероятностные модели и алгоритмы стохастического моделирования процессов транспорта и рекомбинации экситонов в полупроводниковых гетероструктурах**

К. К. Сабельфельд<sup>1</sup>, И. А. Аксюк<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

<sup>2</sup>*Новосибирский государственный университет*

E-mail: karl@osmf.sccc.ru

При создании новых перспективных электронных устройств в настоящее время используются многослойные гетероструктуры, где разные слои формируются из различных полупроводниковых материалов. В качестве примера отметим работу [1], где нами был разработан алгоритм стохастического моделирования транспорта электронов в многослойной гетероструктуре типа AlGaAs/GaAs/InGaAs/GaAs/AlGaAs. В задачах экситонной физики проблема моделирования диффузии и рекомбинации экситонов усложняется еще и тем, что в отдельные слои внедряются нанокристаллы, или квантовые точки. Данная работа посвящена построению алгоритмов стохастического моделирования для решения нестационарной задачи

транспорта экситонов в такого рода многослойных гетероструктурах с наличием квантовых точек. Существенная трудность для традиционных численных методов в данной задаче – ее многомасштабность: наличие неоднородностей порядка нескольких нанометров – это диаметр нанокристалла, и масштаб толщин отдельных слоев варьируется от сотен до нескольких тысяч нанометров. Предлагаемый алгоритм является бессеточным, он является обобщением алгоритма из [2]. Высокая эффективность разработанного алгоритма достигается тем, что движение экситонов моделируется в соответствии с аналитически вычисленными вероятностями перехода, при этом удалось избежать малых шагов: движение экситонов происходит переходами за один шаг от одной границы раздела между слоями, к другой. Приводятся результаты моделирования распределения потоков экситонов на квантовые точки.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда, грант № 24-11-00107.

#### Список литературы

1. Kablukova E., Sabelfeld K., Protasov D., Zhuravlev K. Stochastic simulation of electron transport in a strong electrical field in low-dimensional heterostructures // Monte Carlo Meth. and Appl. 2023. Vol. 29, iss. 4. P. 307–322.
2. Sabelfeld K. K. Random walk on spheres algorithm for solving transient drift-diffusion-reaction problems // Monte Carlo Meth. and Appl. 2017. Vol. 23, iss. 3. P. 189-212.

#### **Моделирование двойных стохастических Пуассоновских точечных полей квантовых точек и расчет экситонных потоков и интенсивности фотолюминесценции**

К. К. Сабельфельд<sup>1</sup>, С. П. Глазков<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН

<sup>2</sup>Новосибирский государственный университет

E-mail: karl@osmf.sccc.ru

Экспериментальные исследования показывают, что квантовые точки формируются в полупроводниковых пленках случайным образом, а их распределение хорошо описывается двойным стохастическим Пуассоновским точечным полем (полем Кокса) с определенной корреляционной структурой [1]. Полупроводниковые квантовые точки дают возможность удерживать носители зарядов во всех пространственных направлениях, что приводит к полностью дискретным энергетическим уровням. Они являются одним из наиболее подходящих кандидатов для создания твердотельных однофотонных источников. При взаимодействии с квантовой точкой экситон может высвободить свою энергию в виде фотона и эффект обнаруживается в виде фотолюминесценции. В данной работе в первой ее части построен алгоритм моделирования точечных полей Кокса, где вначале моделируется случайное поле интенсивности в виде логнормального случайного поля с заданной корреляционной структурой, затем с помощью прореживания строится реализация поля Кокса. Во второй части методом блуждания по сферам (кругам) [2] решается задача транспорта и рекомбинации экситонов и вычисляются поля интенсивности фотолюминесценции.

Работа поддержана Российским Научным Фондом, грант № 24-11-00107.

#### Список литературы

1. Svit K. A., Zhuravlev K. S., Kireev S. E., Sabelfeld K. K. 2D kinetic Monte-Carlo model of nanocrystal aggregation within a liquid matrix: Simulation and experimental study // Physica A: Statistical Mechanics and its Applications. 2024. Vol. 641. 129745.

2. Sabelfeld K. K. Random walk on spheres algorithm for solving transient drift-diffusion-reaction problems // Monte Carlo Meth. and Appl. 2017. Vol. 23, iss. 3. P. 189-212.

### **Об определении лакун в данных**

М. Г. Садовский

*Институт вычислительного моделирования СО РАН*

E-mail: msad@icm.krasn.ru

Анализ больших данных разной природы требует выявления и описания неоднородностей в этих данных. Во многих практических задачах актуален вопрос о выявлении лакун "пустот" в распределении этих данных. Стандартные методы кластеризации здесь бессильны; поскольку требуется выявить своего рода антикластеры.

Решение такой задачи: пусть имеется  $N$  точек, как-то распределенных в  $L$ -мерном (метрическом) пространстве. Пусть  $M$  – множество точек в  $R^n$ ; и пусть  $M$  изолировано от "внешнего мира" (располагается внутри области  $\Omega \subset R^n$ ). Пусть  $\bar{\rho}$  – средняя плотность точек в  $\Omega$ .

Построим новое множество  $S$  такое, что  $|M| \sim |S|$  и его точки распределены случайно и равномерно в  $\Omega$ . Теперь удалим те точки  $s \in S$ , которые расположены близко к точкам  $m \in M$ . Определить близость точек из  $S$  к точкам из  $M$  можно разными способами. Затем удалим все множество  $M$ . Оставшиеся после этого точки и составляют "дополнение"  $S$  множества  $M$  до  $\Omega$ .

Для определения удаляемых точек построим на каждой точке  $m \in M$  шар радиуса  $\varepsilon$ . Удалим из  $S$  все точки  $s^* \in S$ , попадающие внутрь этих шаров. Наконец, удалим само множество  $M$ .

Построение дополнения  $S$  для  $M$  в  $\Omega$  завершено. Очевидно, что вид дополнения зависит от величины  $\varepsilon$ . Строго говоря, исключаемые точки  $s \in S$  должны определяться не только теми точками, которые лежат в  $\varepsilon$ -окрестности. Точки в  $M$  могут быть распределены неравномерно, тем самым "имея право" участвовать в выборе удаляемых из  $S$  точек. Проблема разрешается построением специальной функции типа "среднего поля".

### **Об оценивании интервала охвата для некоторых семейств распределений по коротким выборкам**

А. В. Степанов

*Всероссийский НИИ метрологии им. Д. И. Менделеева*

E-mail: stepanov17@yandex.ru

Интервалы охвата могут быть рассмотрены как мера расширенной неопределенности при обработке измерительных данных [1], поэтому их оценивание представляет собой важную практическую задачу. В работе рассматривается вопрос об оценке интервалов охвата для коротких (от нескольких до 15–20 значений) выборок из некоторых семейств непрерывных распределений. В частности, рассмотрены следующие семейства распределений: двустороннее степенное распределение (TSP) [2], усеченное нормальное распределение, обобщенное экспоненциальное распределение [3].

Предложены различные методы оценки: по выборочному размаху (для асимметричного TSP-распределения также предложен метод, включающий оценку его моды); путем подбора наиболее подходящего распределения из семейства [4] с последующим оцениванием границ интервала охвата. Рассматривалось также применение Байесовского подхода для коррекции интервала охвата.

Оценивались как симметричные, так и асимметричные (двусторонние и односторонние) интервалы охвата. Оценивание (и проверка качества оценки) проводилось методом Монте-Карло (для различных

значений длин выборки). В качестве критерия качества оценок рассматривался уровень вероятности охвата, полученный с их использованием.

#### Список литературы

1. Stoudt S., Pintar A., Possolo A. Coverage intervals // J. of Research of the National Inst. of Standards and Technol. 2021. Vol. 126. 10.6028/jres.126.004.
2. Kotz S., Van Dorp J. R. Beyond beta: Other continuous families of distributions with bounded support and applications. World Scientific Publishing, 2004.
3. Новицкий П. В., Зограф И. А. Оценка погрешностей результатов измерений. 2-е изд. Л.: Энергоатомиздат, 1991.
4. Тырсин А. Н. Метод подбора наилучшего закона распределения непрерывной случайной величины на основе обратного отображения // Вестн. ЮУрГУ. Сер.: Математика. Механика. Физика. 2017. Т. 9, вып. 1. С. 31–38.

#### **Модель страховой компании со случайными премиями и исками**

Т. М. Товстик, Д. С. Булгакова

*Санкт-Петербургский государственный университет*

E-mail: peter.tovstik@mail.ru

Рассматривается стохастическая модель страхования Крамера – Лундберга, в которой иски и премии независимы между собой и поступают в случайные моменты времени. Премии независимы и распределены по показательному закону. Страховые возмещения независимы, имеют показательное распределение с положительным сдвигом от начала координат. Этот сдвиг соответствует минимальной величине иска. Моменты поступления премий совпадают с моментами скачков однородного пуассоновского процесса с интенсивностью, равной среднему числу премий за год. Страховые случаи происходят в те же моменты, что и премии, но с меньшей интенсивностью. Премия, полученная одновременно с предъявлением иска, может быть использована для его оплаты. У модели должно выполняться условие платежеспособности, заключающееся в том, что средние поступления за год в страховую компанию должны превышать средние выплаты. Для этой модели разработан алгоритм вычисления вероятности разорения страховой компании в момент поступления иска. Для первых трех моментов поступления исков выведены явные формулы. Приводятся примеры.

#### **Метод сопряженных блужданий для оценки угловых характеристик рассеянного поляризованного излучения**

Н. В. Трачева, С. А. Ухинов

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

E-mail: natatracheva@gmail.com

В данной работе методом сопряженных блужданий [1] исследуется алгоритм оценки векторной плотности углового распределения поверхностного потока поляризованного излучения с использованием ортонормированного базиса полусферических гармоник, основанного на присоединенных полиномах Якоби [2–4].

#### Список литературы

1. Marchuk G. I., Mikhailov G. A., Nazaraliev M. A., et al. The Monte Carlo methods in atmospheric optics. Berlin: Springer-Verlag. 1980.

2. Mahotkin O. A. Analysis of radiative transfer between surfaces by hemispherical harmonics // J. of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer. 1996. Т. 56, No. 6. P. 869-879.

3. Смелов В. В. О полноте системы полусферических гармоник // СибЖВМ. 1998. Т. 1, № 4. С. 391–395.

4. Tracheva N. V., Ukhinov S. A. Two-dimensional projection Monte Carlo estimators for the study of angular characteristics of polarized radiation // RJNAMM. 2018. Т. 33, No. 3. P. 187–199.

### **О некоторых модификациях критерия Харке – Бера**

С. Е. Хрущев, А. В. Логачев

*Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН*

E-mail: hrushew@rambler.ru

Критерий Харке – Бера широко используется для проверки гипотезы о том, что элементы выборки имеют нормальное распределение с неизвестными параметрами. В докладе будут рассмотрены модификации критерия Харке – Бера, позволяющие проверять гипотезы о том, что выборка из нормального распределения с одним или двумя известными параметрами.

Также будет проведено сравнение полученных критериев с другими известными статистическими решающими правилами.

### **Алгоритмы случайного блуждания по границе с итерационным уточнением**

И. А. Шалимова, К. К. Сабельфельд

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

Email: ias@osmf.sccc.ru

Методы случайного блуждания по границе, впервые предложенные в работе [1], были затем распространены на широкий круг 2D и 3D краевых задач теории электростатического, диффузионного, и упругого потенциалов [2]. Эти методы показали высокую эффективность при решении задач в выпуклых областях, поскольку в этом случае решения допускают естественную безвесовую вероятностную интерпретацию. Однако для невыпуклых областей приходится вводить специальные веса, что приводит к увеличению дисперсии и как следствие, к снижению точности вычислений. В данной работе предлагается гибридный вариант алгоритма случайного блуждания, основанный на комбинации стандартного алгоритма блуждания по границе и метода итерационного уточнения. Идея заключается в том, что при итерационном уточнении решается граничное интегральное уравнение с тем же ядром, но в правой части стоит невязка, вычисленная на предыдущем шаге итераций. При таком подходе дисперсия случайной оценки существенно уменьшается, причем это происходит на каждом шаге итерационного уточнения. В работе численно исследуются свойства данного гибридного алгоритма и очерчиваются классы областей, для которых предложенный метод является эффективным.

Работа поддержана Российским научным фондом, грант № 24-11-00107.

### Список литературы

1. Сабельфельд К. К. Векторные алгоритмы метода Монте-Карло для решения систем эллиптических уравнений 2-го порядка и уравнения Лапе // Докл. АН СССР. 1982. Т. 262, № 5. С. 1076–1080.

2. Sabelfeld K. K., Simonov N. A. Stochastic methods for boundary value problems. Numerics for high-dimensional PDEs and applications. Berlin: Walter de Gruyter, 2016.

**Влияние параметров модели взаимодействия частиц на результаты моделирования течения разреженного газа методом ПСМ**

Е. В. Шкарупа<sup>1</sup>, М. Ю. Плотников<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН

<sup>2</sup>Институт теплофизики СО РАН

E-mail: sev@osmf.sccc.ru

Метод прямого статистического моделирования (ПСМ) широко используется для решения задач динамики разреженного газа [1, 2]. В его основе лежит расщепление непрерывного движения частиц на два последовательных этапа: перемещение моделируемых частиц согласно их скоростям за время  $dt$  и столкновение частиц между собой в этот промежуток времени. При этом каждая моделируемая частица представляет собой большое количество реальных частиц.

Для описания столкновения частиц часто применяется модель VSS [1]. Обычно параметры модели столкновения частиц выбираются исходя из вязкости и диффузии газа [1], что позволяет рассчитывать на корректное моделирование этих процессов. В то время как теплопроводность является не менее важной характеристикой газа. В представленной работе выполнено численное исследование влияния на макропараметры течения параметров модели VSS, выбранных либо на основе вязкости и диффузии, либо теплопроводности и диффузии.

Для экспериментального исследования процессов диссоциации газов на нагретой поверхности широко используется метод горячей проволоки. Численное моделирование позволяет расширить возможности исследования.

В представленной работе моделировалось течение, возникающее при помещении нагретой проволоки в атмосферу водорода. При взаимодействии с поверхностью проволоки молекулы водорода с некоторой вероятностью диссоциируют на атомы, а атомы – с некоторой вероятностью рекомбинируют в молекулу. В ходе моделирования вычислялись макропараметры течения: плотность, скорость и температура. Проведенное исследование позволило оценить влияние выбираемых параметров VSS модели на вычисляемые макропараметры течения.

Работа выполнена при финансовой поддержке бюджетных грантов (FWNM-2022-0002 и 121031800218-5).

Список литературы

1. Bird G. A. Molecular gas dynamics and the direct simulation of gas flows. Oxford: Clarendon Press, 1994.
2. Иванов М. С., Рогазинский С. В. Метод прямого статистического моделирования в динамике разреженного газа. Новосибирск: ВЦ СО РАН, 1988.

**Выбор параметров функциональных вычислительных алгоритмов приближения вероятностной плотности по заданной выборке: L<sub>2</sub>-подход**

Н. Х. Шлымбетов<sup>1</sup>, А. В. Войтишек<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Новосибирский государственный университет

<sup>2</sup>Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН

E-mail: n.shlymbetov@g.nsu.ru

В работе проведен сравнительный анализ двух подходов к выбору параметров:  $M$  – числа узлов вводимой сетки и  $n$  – числа используемых выборочных значений – при конструировании вычислительных ядерных и проекционных алгоритмов приближения вероятностной плотности по заданной выборке и с

заданным уровнем погрешности  $L$  [1]. Для первого подхода – из теории условной оптимизации дискретно-стохастических численных методов (см., например, раздел 5.3 книги [2]) – верхняя граница погрешности  $\delta^{(\mathbb{B})}$  (для некоторого нормированного функционального пространства  $\mathbb{B}$ ) приравнивается величине  $L$  и минимизируются затраты  $S(M, n)$  используемого алгоритма. Для второго подхода все три компонента верхней границы погрешности (компонента аппроксимации, компонента смещения и стохастическая компонента) приравниваются величине  $L/3$  [1]. В отличие от работы [1], в которой рассмотрено  $\mathbb{B} = \mathbb{C}(X)$  – пространство непрерывных функций на компакте  $X$ , анализ проведен для более естественного – для приложений – случая  $\mathbb{B} = \mathbb{L}_2(X)$ . Однако выводы здесь остаются схожими с соображениями из работы [1]: наилучшими свойствами (с точки зрения возможности проведения конструктивной оптимизации) обладает многомерный аналог полигона частот (это общий частный случай для ядерных и проекционных алгоритмов [1]).

Исследования выполнены в рамках государственного задания ИВМиМГ СО РАН FWNM-2022-0002.

#### Список литературы

1. Войтишек А. В., Шлымбетов Н. Х. Выбор аппроксимационных базисов, используемых в компьютерных функциональных алгоритмах приближения вероятностных плотностей по заданной выборке // СибЖВМ. 2024. Т. 27, № 2. С. 147–164.
2. Михайлов Г. А., Войтишек А. В. Статистическое моделирование. Методы Монте-Карло. М.: Юрайт, 2024. 323 с.

**СЕКЦИЯ 3****Математическая геофизика****Использование методов глубокого обучения и регуляризирующих алгоритмов для решения обратной задачи совместного восстановления магнито-гравиметрических данных**А. В. Горбачев<sup>1</sup>, Р. Л. Аргун<sup>1</sup>, Д. В. Чурбанов<sup>1,2</sup><sup>1</sup>Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова<sup>2</sup>Московский физико-технический институт

E-mail: gorbachev.av17@physics.msu.ru

Нейросетевой подход активно развивается, в том числе в сфере обработки геофизических наблюдений [1, 2]. В докладе представлен метод инверсии гравиметрических и магнитных полей на основе глубокой нейросети. Одним из ключевых факторов эффективного обучения нейросети, является построения обучающего набора данных (датасета). В работе проведен анализ различных способов построения датасетов для повышения точности получаемых решений, которая оценивается в различных метриках. На основе указанного анализа строится обобщающий алгоритм, позволяющий выбрать оптимальную модель для восстановления произвольного объекта, когда нет а priori данных о принадлежности его одному из исследуемых классов. Также проводится сравнительный анализ преимуществ и недостатков нейросетевого подхода по сравнению с классической регуляризацией [3, 4], причем комбинированное использование указанных подходов позволяет преодолеть ряд недостатков.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (код проекта 23-41-00002).

**Список литературы**

1. Isaev I., Osborne I., Osborne E., Rodionov E., Shimelevich M., Dolenko S. Neural network solution of inverse problems of geological prospecting with discrete output // Proc. of Science. 2021. Vol. 410.
2. Zhou S., Wei Y., Lu P., Yu G., Wang S., Jiao J., Yu P., Zhao J. A deep learning gravity inversion method based on a self-constrained network and its application // Remote Sens. 2024. Vol. 16. 995.
3. Wang Y., Leonov A., Lukyanenko D., Yagola A. General Tikhonov regularization with applications in geoscience // CSIAM Trans. Appl. Math. 2020. Vol. 1. P. 53–85.
4. Страхов В. Н., Степанова И. Э. Метод S-аппроксимаций и его использование при решении задач гравиметрии // Физика Земли № 7, 2002. С. 3–12.

**Вибросейсмическое поле гидроагрегатов ГЭС и его применение для изучения геодинамических процессов**

А. П. Григорюк, В. В. Ковалевский, Л. П. Брагинская

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

E-mail: and@opg.sssc.ru

В работе представлены результаты наблюдения за узкополосным вибросейсмическим сигналом частотой 2.083 Гц, возбуждаемым гидроагрегатами Братской ГЭС. Вращение агрегатов большой массы при небольшом постоянно существующем дисбалансе создает мощное волновое поле, распространяющееся на многие сотни километров. Мы использовали данные сейсмостанций, расположенных в Байкальской рифтовой зоне на расстояниях порядка 500–600 км от источника.

Наблюдать за геодинамическими процессами в земной коре можно по вариациям фазы и амплитуды регистрируемого сигнала. Однако, из-за меняющейся электрической нагрузки частота вращения гидроагрегатов, а значит и параметры вибросейсмического сигнала не остаются стабильными. Поэтому был предложен дифференциальный метод измерений, заключающийся в измерении разности фаз на двух сейсмостанциях, расположенных на расстоянии в сотни километров друг от друга. Этот метод позволил наблюдать, в частности, деформационные процессы в земной коре перед землетрясениями. При этом изменение разность фаз наблюдается за 6–10 часов до землетрясения, достигая величины в десятки градусов.

Исследования проводились на базе цифровой платформы (ЦП) [https:// izk.sccc.ru/](https://izk.sccc.ru/) [1]. Сейсмические данные поступают на ЦП с полигонов Института земной коры СО РАН, г. Иркутск.

Список литературы

1. Брагинская Л. П., Григорюк А. П., Ковалевский В. В., Добрынина А. А. Цифровая платформа для комплексных геофизических исследований в Байкальском регионе // Сейсмические приборы. 2023. Т. 59, № 4. С. 5–18. [https:// doi.org/10.21455/si2023.4-3](https://doi.org/10.21455/si2023.4-3).

### **Электромагнитный мониторинг сейсмических событий на территории Бишкекского прогностического полигона**

Д. М. Евменова<sup>1</sup>, Ю. А. Дашевский<sup>2,4</sup>, И. И. Дыминский<sup>3</sup>, И. Н. Ельцов<sup>4</sup>, С. А. Имашев<sup>5</sup>, И. В. Смоленский<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Институт нефтегазовой геологии и геофизики СО РАН

<sup>2</sup>Новосибирский государственный университет

<sup>3</sup>Новосибирский государственный технический университет

<sup>4</sup>Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН

<sup>5</sup>Научная станция РАН, Бишкек

E-mail: pavlovadm@ipgg.sbras.ru

Одной из актуальных и сложных задач геофизики в настоящее время является прогнозирование сейсмических событий. Основными источниками экспериментальных данных для исследования сейсмичности являются полигоны, где проводятся регулярные измерения геофизических полей, что позволяет отследить зависимость между аномалиями измеренных значений сигналов и сейсмическими событиями. В работе используются данные электромагнитного мониторинга с Бишкекского геодинамического полигона Научной станции РАН в г. Бишкек (НС РАН).

Для комплексного анализа электромагнитных сигналов и данных о событиях, получаемых их сейсмологической сети KNET НС РАН, разрабатывается цифровая платформа, позволяющая визуализировать информацию по каждому из пунктов измерения на полигоне за выбранный период времени, строить различные возможные индикаторы сейсмического события, выгружать их в текстовом виде, выявлять и анализировать корреляции между индикаторами и происходящими сейсмическими событиями.

Проанализирована способность системы электромагнитного мониторинга регистрировать сейсмические события определенного энергетического класса и удаленности их эпицентра от пункта измерения. Выделена группа событий, по отношению к которым система мониторинга имеет высокую разрешающую способность.

В дальнейшем планируется расширение функционала цифровой платформы для проведения машинного обучения и построения современных нейросетей с целью прогнозирования сейсмической активности в регионе.

**Математическое моделирование виброейсмического мониторинга**

В. В. Ковалевский, Д. А. Караваев, А. П. Григорюк, Л. П. Брагинская

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

E-mail: kovalevsky@sscc.ru

В докладе приведены результаты математического моделирования процесса виброейсмического мониторинга скоростных характеристик земной коры при наличии внутренней области с изменением скоростей сейсмических волн. Рассмотрена задача распространения сейсмических волн от вибрационного источника через среду со сферической областью на некоторой глубине, в которой скорости продольных и поперечных волн отличаются на малую величину от сейсмических скоростей в окружающей среде. Сейсмическое поле регистрируется на дневной поверхности системой датчиков и при изменениях скоростей во внутренней области среды происходит изменение амплитуд и фаз регистрируемых сигналов. В акустическом приближении получено аналитическое решение для изменений волнового поля и определена связь изменений амплитудно-фазовых характеристик регистрируемых на поверхности сигналов с изменением скоростных характеристик во внутренней области среды. Для сложных моделей среды выполнено численное моделирование полного волнового поля с использованием разностных схем. Проведено сравнение аналитических и численных оценок соотношения вариаций амплитудно-фазовых характеристик регистрируемых сигналов с вариациями сейсмических скоростей во внутренней области среды.

## Список литературы

1. Kovalevsky V. V., Fatyanov A. G., Karavaev D. A., Braginskaya L. P., Grigoryuk A. P., Mordvinova V. V., Tubanov Ts. A., Bazarov A. D. Research and verification of the Earth's crust velocity models by mathematical simulation and active seismology methods // *Geodynamics & Tectonophys.* 2019. V. 10, iss. 3. P. 569–583.
2. Kovalevsky V., Glinsky B., Khairtdinov M., Fatyanov A., Karavaev D., Braginskaya L., Grigoryuk A., Tubanov T. Active vibromonitoring: experimental systems and fieldwork results // *Active Geophys. Monitoring.* 2nd Ed. Chapter 1.3. Elsevier, 2020. P. 43–65.

**Влияние электросопротивления корпуса на сигналы электромагнитного каротажного зонда с тороидальными катушками**С. С. Конопелько<sup>1</sup>, И. В. Михайлов<sup>1,2</sup>, И. В. Суродина<sup>2,3</sup><sup>1</sup>*Новосибирский государственный университет*<sup>2</sup>*Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А. А. Трофимука СО РАН*<sup>3</sup>*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

E-mail: snezhana.konopelko@mail.ru

В настоящее время одной из важнейших задач скважинной геофизики является разработка и усовершенствование геофизической аппаратуры, с помощью которой модель геологической среды будет построена наиболее достоверно. В ИНГГ СО РАН и НПП ГА "Луч" создан электромагнитный прибор с тороидальными катушками в качестве источников и приемников, при этом корпусом прибора является высокопроводящий немагнитный металл [1]. Данный каротажный зонд является функциональным аналогом дорогостоящей заграничной аппаратуры с ортогональными катушками-соленоидами.

Представленное исследование направлено на изучение влияния удельного электросопротивления (УЭС) корпуса на сигналы каротажного зонда с тороидальными катушками на основе двумерного численного моделирования [2] в широком классе геоэлектрических моделей. По результатам моделирования

сигналов зонда при наличии металлического корпуса (низкое УЭС) и его отсутствии (высокое УЭС), и сравнительного анализа полученных данных выявлены преимущества и недостатки тороидального зонда для изучения разрезов вертикальных нефтегазовых скважин.

Исследование выполнено при финансовой поддержке проекта ФНИ № FWZZ-2022-0026.

#### Список литературы

1. Суродина И. В., Михайлов И. В., Глинских В. Н. Математическое моделирование сигналов тороидального источника в трехмерных изотропных моделях геологических сред // Естественные и технические науки. 2020. № 12. С. 131–134.

2. Эпов М. И., Глинских В. Н., Еремин В. Н., Михайлов И. В., Никитенко М. Н., Осипов С. В., Петров А. Н., Суродина И. В., Яценко В. М. Новый электромагнитный зонд для высокоразрешающего каротажа: от теоретического обоснования до скважинных испытаний // Нефтяное хозяйство. 2018. № 11. С. 23–27.

#### **Геолокация и распознавание импульсных источников сейсмоакустических колебаний техногенной природы**

О. А. Копылова

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

E-mail: okskplv@gmail.com

В рамках проблемы геофизического мониторинга окружающей среды рассматриваются задачи повышения точности и дальности обнаружения, распознавания и локации мощных техногенных источников импульсных сейсмоакустических волн. В качестве таких источников могут выступать карьерные и промышленные взрывы, ударные механизмы в строительных работах, падающие на землю воздушные тела в виде осколков космических тел, отработанных ступеней ракет при спутниковых запусках и др. При решении задач обнаружения и геолокации импульсных источников учитываются параметры геометрии расстановки регистрирующих датчиков и сейсмоакустических волн. Обнаружение и измерение времен вступления сейсмоакустических волн осуществляется на основе метода максимального правдоподобия. Геолокация решается как совмещенная задача с учетом пространственно-временных параметров сейсмических и акустических волн. Повышение точности ее решения достигается за счет вейвлет-фильтрации регистрируемых полезных сейсмоакустических сигналов, учитывающей апостериорную информацию об особенностях колебаний от рассматриваемых типов источников. Задача распознавания типа источника решается с использованием алгоритма, основанного на применении рекуррентной нейронной сети, позволяющей учитывать предыдущие состояния входных данных. Предложенный комплекс алгоритмов апробирован на реальных данных полевых экспериментов. В результате выполнения работы получены численные оценки точности решения задач в интересах геофизического мониторинга окружающей среды.

Работа выполнена в рамках госзадания FWNM–2022–0004.

#### **Интернет-портал "ГЕО" для управления геофизическими данными**

Т. В. Латынцева<sup>1</sup>, О. А. Копылова<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Новосибирский государственный университет, E-mail: tatyana.latynceva@mail.ru

<sup>2</sup>*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

Разработанный авторами веб-портал "ГЕО" предлагает решение для хранения и управления разнообразными геофизическими данными, а также их предварительной обработки и анализа. Специально

созданный модуль для обработки и анализа записей колебаний обеспечивает возможность полосовой фильтрации, вейвлет-обработки, а также спектрального и спектрально-временного видов анализа. Для целей геоэкологического мониторинга модуль позволяет вычислять уровни виброскорости и акустического шума на выбранных участках записей.

В работе приводятся структура базы данных и архитектура веб-портала. Возможности портала иллюстрируются на примерах обработки данных различного происхождения, включая данные о взрывах на полигонах и транспортных шумах. Портал разработан с использованием языка программирования Python и фреймворка Streamlit для интерактивных веб-приложений.

Работа выполнена в рамках госзадания FWNМ–2022–0004.

### **Двумерная сеточно-характеристическая схема пятого порядка аппроксимации для задач морской сейсморазведки**

С. Ми, В. И. Голубев

*Московский физико-технический институт*

E-mail: misin@phystech.edu

Рост числа обнаруженных месторождений нефти и газа на шельфе способствует увеличению объема проводимых сейсмических работ в данных регионах. Одной из ключевых особенностей данной задачи является наличие слоя воды, который экранирует прохождение полезного сейсмического сигнала на поперечных волнах. Развитие математических методов, способных с высокой точностью рассчитать процесс распространения сейсмических волн, позволяет создавать все более точные методы сейсмической инверсии и миграции.

В настоящей работе рассматривается задача распространения сейсмических волн в акустической однородной среде. С использованием расширенного шаблона строится одномерная сеточно-характеристическая схема пятого порядка аппроксимации. Путем использования процедуры многошагового расщепления удалось сохранить повышенный порядок аппроксимации при переходе к двумерной постановке задачи. Отдельно рассматривается вопрос аппроксимации граничных условий вблизи свободной поверхности с требуемой точностью.

### **Численное моделирование процессов фильтрации в прискважинной зоне слоистого коллектора при бурении скважин методом конечных элементов**

М. Н. Петров

*Институт нефтегазовой геологии и геофизики СО РАН*

E-mail: petrovnmn@ipgg.sbras.ru

В настоящее время немаловажной задачей при разработке углеводородных месторождений стоит вопрос об эффективном описании процессов массопереноса флюидов в прискважинной зоне коллекторов. В круг этих задач могут входить как определение фильтрационных характеристик пласта, так и выбор технологий и условий разработки, например, подбор необходимого бурового раствора для эффективного вскрытия пластов или извлечения флюидов.

В данной работе представлена модель фильтрации, описывающая проникновения бурового раствора на водной основе через стенку скважины, вскрывающей синтетическое месторождение нефти. В качестве месторождения рассматриваются горизонтально слоистые однородные пласты с различными значениями пористости и проницаемости, которое вскрывает скважина бурением на репрессии. В динамике рассматривается проникновение фильтрата бурового раствора в пласт, с учетом образования глинистой

корки на стенке скважины. Вычислительные эксперименты проводятся с применением метода конечных элементов на различных структурированных и неструктурированных сетках.

Результаты вычислительных экспериментов могут быть использованы для анализа зоны проникновения бурового раствора в пласт, распределении величины напора в пласте, а также толщины глинистой корки на стенке скважины.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российской академии наук в рамках государственного задания FWZZ-2022-0030.

### **Использование сегментированной линейной регрессии для определения частоты геомагнитных джерков**

С. А. Рябова

*Институт физики Земли им. О. Ю. Шмидта РАН*

*Институт динамики геосфер им. акад. М. А. Садовского РАН*

E-mail: ryabovasa@mail.ru

Одной из важных проблем, связанных с выявлением геомагнитных джерков, является разработка математического аппарата для определения точки изменения наклона производной компонент геомагнитных джерков. При выделении геомагнитных джерков исследователи чаще всего прибегают к построению регрессионных моделей, при этом в ходе визуального осмотра данных выделяют место изменения наклона производной и на участках оценивают уравнения регрессии, полагая, что их коэффициенты не меняются во времени на этом участке. Однако для исследования частоты геомагнитных джерков такой метод не совсем корректен.

Следует отметить, что в последнее время широко исследуются вопросы, сопряженные с сегментированной линейной регрессией, например, подбор модели сегментированной линейной регрессии [1], определение точек переключения [2] и их количества [3]. В настоящей работе предлагается использовать метод на основе сегментированной линейной регрессии, иначе называемой линейной регрессией с точками переключения. При выделении геомагнитного джерка с целью поиска наилучшего набора местоположений точек переключения использовалась процедура глобальной оптимизации, при решении задачи оптимизации применялся алгоритм дифференциальной эволюции (наиболее успешный стохастический метод глобальной оптимизации функций вещественных переменных) [4].

Исследования выполнены в рамках государственного задания ИФЗ РАН и государственного задания ИДГ РАН № 122032900185-5 "Проявление процессов природного и техногенного происхождения в геофизических полях".

#### Список литературы

1. Chen C. W. S., Chan J. S. K., Gerlach R., Hsieh W. Y. L. A comparison of estimators for regression models with change points // *Statistics and Computing*. 2011. Vol. 21, No. 3. P. 395–414.
2. Stasinopoulos D. M., Rigby R. A. Detecting break points in generalised linear models // *Computational Statistics and Data Analysis*. 1992. Vol. 13. P. 461–471.
3. Kim H.-J., Yu B., Feuer E. J. Selecting the number of change-points in segmented line regression // *Statistica Sinica*. 2009. Vol. 19. P. 597–609.
4. Qamili E., De Santis A., Isac A., Manda M., Duka B., Simonyan A. Geomagnetic jerks as chaotic fluctuations of the Earth's magnetic field // *Geochemistry, Geophysics, Geosystems*. 2013. Vol. 14, No. 4. P. 839–850.

**Моделирование распространения сейсмических волн в районе Эльбрусского вулканического центра по данным современных геолого-геофизических наблюдений**

А. Ф. Сапетина

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

E-mail: afsapetina@gmail.com

Геологическая среда в окрестности вулканической постройки всегда находится в состоянии движения, переходя из одного стационарного состояния в другое, что и приводит в ряде случаев к развитию катастрофических процессов [1]. В работах по изучению внутреннего строения Эльбрусского вулканического центра косвенными методами получено общее представление о геолого-геофизических особенностях магматического очага [2]. В том числе применение технологии оценки тонкой структуры глубинных разломно-блоковых образований в районе вулкана Эльбрус, разработанной Ю. В. Нечаевым, позволило уточнить представление о внутреннем строении вулканической постройки.

В ходе исследования магматического очага методами активного или пассивного сейсмического зондирования в качестве вспомогательного метода для интерпретации получаемых данных может решаться прямая задачи геофизики, что требует существенных вычислительных затрат. С использованием набора архитектурно-зависимых приемов организации вычислений и доступа к данным разработан конечно-разностный алгоритм решения 2D и 3D динамической задачи теории упругости и его реализация в виде комплекса программ на базе технологий параллельного программирования MPI, OpenMP, CUDA и AVX для кластеров, оснащенных многоядерными процессорами и ускорителями.

С помощью разработанного комплекса программ выполнены сравнительные расчеты двумерных волновых полей от точечного источника для приближенных схем строения Эльбрусского вулканического центра и уточненной модели по данным геолого-геофизических наблюдений с учетом рельефа местности.

Работа была выполнена в рамках государственного задания ИВИиМГ СО РАН № 0251-2022-0005 с использованием ресурсов ЦКП Сибирский суперкомпьютерный центр.

**Список литературы**

1. Собисевич А. Л., Лиходеев Д. В. Особенности строения вулканов центрального типа // Вестн. Владикавказского НЦ РАН. 2008. № 2.
2. Собисевич А. Л. Избранные задачи математической геофизики, вулканологии и геоэкологии. Т. 1. М.: ИФЗ РАН, 2012. 512 с.

**Сеточно-характеристический метод на Химерных расчетных сетках**

А. В. Фаворская, Н. И. Хохлов

*Московский физико-технический институт*

E-mail: aleanera@yandex.ru

Работа посвящена различным модификациям сеточно-характеристического метода на Химерных расчетных сетках для решения задач геофизики. Суть данного класса численных методов заключается в использовании фоновой декартовой расчетной сетки, покрывающей всю область интегрирования. А для учета внешних и внутренних границ и контактных границ сложной формы вдоль них строятся Химерные (наложенные) сетки небольшого размера. Между фоновой и Химерными сетками выполняется интерполяция. За счет того, что количество вычислительных операций и затрат оперативной памяти при использовании декартовой сетки в исходной системе координат (фоновой сетки) существенно меньше, чем при

использовании Химерных сеток, достигается выигрыш в вычислительных ресурсах. Рассматриваются различные способы построения Химерных сеток для описания топографии поверхности и сложных границ раздела геологических пород и сравниваются по таким параметрам как численный порядок сходимости и максимальное допустимое число Куранта. Рассматриваются различные способы учета трещиноватости: с использованием повернутых декартовых расчетных сеток вокруг трещин, с использованием криволинейных структурированных патч-сеток.

### **Волновые поля от жесткого штампа. Метод Зоммерфельда**

А. Г. Фатьянов

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

E-mail: agfat@mail.ru

В работе на основе решения задачи дифракции на сегменте зеркала [1] развит новый метод расчета акустических волн от вибрирующего жесткого штампа. Решение ищется с помощью минимизации целевого функционала. Данный метод построения решения допускает бесконечное количество математически корректных решений. И только одно из них будет давать физически верное решение. Для выбора единственного решения в настоящее время повсеместно используется поведение решения в окрестности точки разрыва краевых условий (условия на ребре). В данной работе, следуя Зоммерфельду, для выбора единственного физически верного решения в минимизируемом функционале выражения приводятся к безразмерному виду. В итоге задача сведена к решению СЛАУ. Это позволило создать метод расчета волновых акустических полей для произвольного радиуса жесткого штампа. Применительно к вибрационным задачам получено решение для узкого штампа в явном виде (в спектральной области). Это позволило создать метод устойчивого вычисления вибрационных волновых полей на телесеismicкие расстояния. Созданная параллельная программа позволяет проводить расчеты на персональных компьютерах. Приведены расчеты полного волнового поля для жесткого штампа. Проведено сравнение волновых полей для узкого штампа и распределенной силы.

Работа выполнена в рамках госзадания ИВМиМГ СО РАН № FWNM-2022-0004.

Список литературы

1. Зоммерфельд А. Дифференциальные уравнения в частных производных математической физики. М.: ИЛ, 1950. 456 с.

### **Сейсмический мониторинг процесса разработки резервуара углеводородов**

В. А. Чеверда

*Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН*

E-mail: vova\_chev@mail.ru

Проведение сейсмического мониторинга залежи углеводородов в процессе ее эксплуатации дает принципиальную возможность оперативного контроля за изменчивостью механических характеристик и на этой основе прогнозировать текущую нефтегазонасыщенность и пластовое давление.

В этом исследовании мы рассматриваем многопараметрическую обратную задачу для вязкоупругой гетерогенной среды для восстановления плотности, скоростей продольных и поперечных волн и связанных с ними добротностей с использованием поверхностной системы сбора данных [1].

Для описания процесса формирования и распространения сейсмических волн воспользуемся уравнениями упругих волн в рамках обобщенной модели стандартного линейного твердого тела (GSLs) [2].

Такая постановка приводит к обратной задаче для скорости распространения Р- и S-волн и восстановления времени релаксации этих волн. Отличительной особенностью используемой нами установки является возможность использования метода, который позволил использовать только два механизма релаксации. для сейсмического диапазона частот от 5 Гц до 100 Гц.

Мы восстанавливаем параметры вязкоупругой среды путем обращения полного волнового поля  $\gamma$ -псевдообратного оператора. Мы анализируем устойчивость, используя усеченное сингулярное разложение прямой карты, которое передает упругий параметр в многокомпонентные данные, полученные на земной поверхности [3].

Исследование поддержано проектом Российского научного фонда 22-11-00104.

#### Список литературы

1. Zhang W. Acoustic multi-parameter full waveform inversion based on the wavelet method // Inverse Probl. Sci. Eng. 2021. Vol. 29. P. 220–247.
2. Hao Q., Greenhalgh S. The generalized standard-linear-solid model and the corresponding viscoacoustic wave equations revisited // Geophys. J. Int. 2019. Vol. 219. P. 1939–1947.
3. Deng W., Morozov I. B. Causality relations and mechanical interpretation of band-limited seismic attenuation // Geophys. J. Int. 2018. Vol. 215. P. 1622–1623.

#### **Вычисление функции чувствительности электрического поля к параметрам рудного тела в методе переходных процессов**

Н. В. Штабель

*Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А. А. Трофимука СО РАН*

*Новосибирский государственный технический университет*

E-mail: orlovskayanv@ipgg.sbras.ru

Сигналы ЭДС в методе переходных процессов в задачах рудной геофизики зависят от таких параметров рудного тела как индукционная масса, глубина залегания кровли и подошвы рудного тела. Определение оптимальных точек для измерения сигналов ЭДС на поверхности, областей эквивалентности модельных параметров обратной задачи невозможно без определения функций чувствительности электрического поля и ЭДС к модельным параметрам. Вычисление функций чувствительности к электропроводности объекта, глубинам залегания как правило определяют через вычисление логарифмической производной по модельному параметру, взятому с некоторой вариацией. Традиционно вариация составляет 0.5 % от модельного параметра. Однако для параметров, значения которых достаточно велики (например, глубины залегания могут достигать сотен метров) такая вариация может давать значительную погрешность в функцию чувствительности.

В работе представлен подход к вычислению функций чувствительности электрического поля к электропроводности основанный на решении сопряженной вариационной задачи. Решение сопряженной задачи строится с помощью векторного метода конечных элементов аналогично вычислению электрического поля основной задачи метода переходных процессов. Такой подход позволяет сократить количество расчетов и получить распределение функции чувствительности не только в приемных петлях, но и во всей расчетной области.

Работа выполнена в рамках проекта FWZZ-2022-0030 "Исследование многофизических процессов в гетерогенных средах, представленных трехмерными цифровыми моделями в геофизических приложениях".

## СЕКЦИЯ 4

### Математические модели физики атмосферы, океана и окружающей среды

#### Система среднесрочного ансамблевого прогноза с учетом неопределенности модели

К. А. Алипова<sup>1,2</sup>, В. Г. Мизяк<sup>1</sup>, Г. С. Гойман<sup>1,2,3</sup>, М. А. Толстых<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Гидрометцентр России

<sup>2</sup>Институт вычислительной математики РАН

<sup>3</sup>Московский физико-технический институт

E-mail: ksusha\_ast@mail.ru

В работе рассматривается система среднесрочного ансамблевого прогноза погоды, основанная на локальном ансамблевом фильтре Калмана с преобразованием ансамбля [1] и глобальной модели атмосферы ПЛАВ [2]. Используется версия модели ПЛАВ20, которая имеет горизонтальное разрешение 0,225° по долготе; переменное разрешение по широте – от 0,24° во внетропической части Южного полушария до 0,16° в средних широтах Северного полушария. По вертикали модель имеет 51 уровень, верхняя граница 5 гПа (примерно 36 км).

Для учета неопределенностей в блоке физических параметризаций процессов подсеточного масштаба в модели атмосферы ПЛАВ реализовано стохастическое возмущение параметров и тенденций параметризаций [3]. Для учета неопределенностей, возникающих при описании разрешенной динамики атмосферы, применяется метод стохастического возмущения полулагранжевых траекторий [4]. Показано, что применение указанных методов в модели ПЛАВ улучшает вероятностные оценки ансамблевых прогнозов, а также увеличивает разброс ансамбля без увеличения среднеквадратической ошибки среднего по ансамблю прогноза.

Исследование выполнено в ИВМ РАН при поддержке Российского научного фонда (проект 21-71-30023).

#### Список литературы

1. Shlyayeva A. et al. Local ensemble transform Kalman filter data assimilation system for the global semi-Lagrangian atmospheric model // RJNAMM. 2013. Vol. 28, No. 4. P. 419-441. doi.org/10.1515/rnam-2013-0023.
2. Толстых М. А. и др. Система моделирования атмосферы для бесшовного прогноза. М.: ТРИАДА ЛТД, 2017. 166 с.
3. Alipova K. et al. Stochastic perturbation of tendencies and parameters of parameterizations in the global ensemble prediction system based on the SL-AV model // RJNAMM. 2022. Vol. 37, No. 6. P. 331-347. doi.org/10.1515/rnam-2022-0027.
4. Alipova K. et al. Stochastic perturbations in the semi-Lagrangian advection algorithm of the SL-AV global atmosphere model // RJNAMM. 2024. Vol. 39, No. 1. P. 1-11. doi.org/10.1515/rnam-2024-00019.

#### Осесимметричная модель захоронения углекислого газа в пороупругой среде

Р. А. Вирц

Алтайский государственный университет

E-mail: virtsrudolf@gmail.com

В работе рассматривается осесимметричная модель утилизации диоксида углерода в пороупругой среде. Основу модели составляют уравнения фильтрации жидкостей или газов в деформируемых пористых средах, являющиеся обобщением моделей пороупругих сред Маскета – Леверетта. Близкие по

структуре системы уравнений рассматривались в работах [1–2]. Предположение о малости скорости движения твердого скелета среды позволило свести определяющую систему уравнений к двум уравнениям для нахождения эффективного давления и пористости [1]. Под областью фильтрации газа подразумевается пласт горной породы, в котором на глубине расположена нагнетательная скважина, а по бокам пласт ограничен непроницаемыми породами. Кровля пласта не является непроницаемой и совпадает с поверхностью. Миграция углекислого газа и его выход на поверхность происходит за счет увеличения пористости у кровли пласта. На основе этих предположений поставлены краевые условия для скоростей газовой и твердой фаз и далее переписаны в терминах искомой функции эффективного давления среды. Дана разностная схема и алгоритм решения поставленной задачи. Проведено численное моделирование нескольких вариантов закачки углекислого газа в пласт на различных глубинах расположения скважины и с различными скоростями нагнетания. Определены оптимальные варианты нагнетания газа для его хранения в геологической среде в долгосрочной перспективе.

Работа выполнена при финансовой поддержке проекта "Современные модели гидродинамики для задач природопользования, промышленных систем и полярной механики" (2024-26) (гос. задание FZMW-2024-0003).

#### Список литературы

1. Connolly J., Podladchikov Y. Compaction-driven fluid flow in viscoelastic rock // *Geodynam. Acta*. 1998. Vol. 11, No. 2–3. P. 55–84.

2. Virts R. A., Papin A. A. Modelling the storage of carbon dioxide in viscoelastic porous medium // *Comput. Technol.* 2022. Vol. 27. No. 6. P. 4-18.

#### **Вертикальные моды внутренних сейш в стратифицированном озере**

О. С. Володько, Е. Н. Лемешкова

*Институт вычислительного моделирования СО РАН*

E-mail: olga.pitalskaya@gmail.com

Понимание пространственной структуры внутренних сейш обеспечивает основу для понимания последующих физических, химических и биологических процессов.

В настоящей работе определена вертикальная структура внутренних сейш в стратифицированном озере (Шира, Хакасия, Восточная Сибирь). Частоты и профили вертикальной скорости каждой моды были рассчитаны с использованием данных измерений температуры и солености в озере Шира в разные года. Для расчета применялась линейная модель в длинноволновом приближении, при этом непрерывная стратификация в озере варьировалась от трехслойной до шестислойной [1, 2]. Частоты вертикальной скорости каждой моды были также получены при спектральном анализе данных натурных измерений и результатов численного моделирования на основе модели ROMS (Regional Oceanic Modeling System) [3] и показали хорошее согласование с рассчитанными по линейной модели в длинноволновом приближении.

Работа выполнена при поддержке Красноярского математического центра, финансируемого Минобрнауки РФ в рамках мероприятий по созданию и развитию региональных НОМЦ (соглашение 075-02-2024-1378).

#### Список литературы

1. Hutter K., Wang Y., Chubarenko I. P. *Physics of lakes: Vol. 1: Foundation of the mathematical and physical background*. Springer Science & Business Media, 2010. 434 p.

2. Ле Блон П., Майсек Л. *Волны в океане*. Т. 1. М.: Мир, 1981. 480 с.

3. Сайт Региональной океанической системы моделирования (ROMS). URL: <https://www.myroms.org>. Дата обращения 30.05.2024.

**Сценарное моделирование термического разложения лесного горючего материала с использованием параллельных вычислений**

В. А. Вяткина<sup>1</sup>, Н. В. Барановский<sup>1</sup>, А. В. Подоровский<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Национальный исследовательский Томский политехнический университет

<sup>2</sup>Научно-технологический университет "Сириус"

E-mail: kirienkvik@gmail.com

В последние десятилетия увеличилась как частота, так и масштаб лесных пожаров. Ущерб от пожаров затрагивает многие аспекты жизни природы и человека. Наиболее эффективным способом борьбы с лесными пожарами является их прогнозирование. В связи с этим становятся актуальными вопросы математического моделирования процессов, протекающих непосредственно до и во время воспламенения лесных горючих материалов.

В рамках работы осуществлялось решение дифференциального уравнения теплопроводности в многослойной области (лист березы) с учетом процесса пиролиза. Для решения уравнений используется метод конечных разностей. Модель позволяет динамически отслеживать количественные и качественные изменения в образце (значения температур и фаз).

Поскольку условия реального прогнозирования предполагают определение параметров большого количества образцов, целесообразно провести оценку эффективности применения параллельных вычислительных технологий для решения данной задачи. В ходе проведения расчетов копии программ с наборами исходных данных запускались на различном количестве ядер. На каждом шаге по времени в файл результатов записывались значения полей температур и фаз. Установлено, что фактические значения данных параметров существенно отличаются от теоретических, что обусловлено потерями на при создании и закрытии процессов, а также потерями при обмене данными.

**Разработка микромасштабной математической модели для исследования и прогнозирования процессов распространения выбросов автотранспорта в городских кварталах**

Е. А. Данилкин<sup>1</sup>, А. В. Старченко<sup>2</sup>, Д. В. Лещинский<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Томский государственный университет

<sup>2</sup>Национальный исследовательский Томский государственный университет

E-mail: danilkine@gmail.com

Микромасштабное моделирование атмосферного пограничного слоя в городской застройке в настоящее время представляет собой одно из важнейших современных направлений вычислительной метеорологии и имеет большое научное значение. Моделирование течений в уличных каньонах и элементах городской застройки с использованием гидродинамических моделей турбулентности (RANS, LES, DES) активно развивается как у нас в стране, так и за рубежом. В качестве важных параметров, влияющих на структуру течения и механизм распространя примеси, можно выделить метеоусловия (скорость и направления ветра), геометрические характеристики (соотношение сторон уличного каньона, форм крыши), акустические экраны, живые и бетонные изгороди и другие ограждения. Однако далеко не все аспекты задачи о моделировании переноса выбросов автотранспорта хорошо изучены.

Основной целью данной работы является разработка вихререзающей модели турбулентного течения, параллельного численного алгоритма ее решения и пакета программ, для исследования структуры атмосферного пограничного слоя и процессов переноса пассивной газообразной примеси.

Разрабатываемая математическая модель опирается на многомерные нестационарные отфильтрованные уравнения Навье – Стокса для определения полей компонент скорости и давления, а также транспортные уравнения для расчета полей скалярных величин - температуры, концентрации примеси. В качестве турбулентного замыкания реализована возможность использования динамической модели или модели Смагоринского с параметром. Корректность работы построенной математической модели проверена на ряде тестовых примеров. На основании выполненных вычислительных экспериментов и результатов сравнительного анализа можно говорить об адекватности предложенной модели исследуемым физическим процессам.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 23-21-00165).

### **Алгоритмы поиска источников загрязнения атмосферы с использованием нестационарных датчиков**

В. Ю. Денисова, В. Д. Лядов

*Новосибирский государственный университет*

E-mail: v.lyadov@g.nsu.ru

Поиск источников загрязнения является актуальной проблемой, так как не всегда имеется возможность напрямую выяснить у той или иной организации, является ли она источником выбросов в атмосферу опасных химических загрязнений? Решение данной задачи путем размещения стационарных датчиков имеет ряд существенных недостатков: для работоспособности подобного подхода требуется достаточно большое количество датчиков, сложность нахождения оптимального расположения, ограниченность информации, предоставляемой датчиками.

Альтернативной являются мобильные сенсоры, реализуемые путем установки датчиков на мобильные лаборатории, число которых, необходимое для выполнения задачи, значительно меньше, ведь они способны перемещаться и проводить измерения не в одной точке, а по заданному маршруту, а также поиск источников загрязнения с помощью БПЛА, что позволяет производить замеры не в отдельных точках, а по всему маршруту движения.

В работе рассматривается задача поиска активных источников загрязнения с помощью нестационарных датчиков. Проведен анализ работ, на основе которых планируется развитие нашего алгоритма (например, работа в условиях городской среды, что значительно изменяет модель распространения загрязнений, развитие алгоритма для работы с целым ансамблем дронов и его оптимизация).

### **Взаимодействие атмосферы с подстилающей поверхностью в модели INMCM-SibCIOM**

В. С. Градов

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

E-mail: gradov.v.s@gmail.com

Модель INMCM-SibCIOM – климатическая модель, построенная на основе океанического и ледового блоков совместной модели океана и морского льда SibCIOM [1], разработанной в ИВМиМГ СО РАН, и блока общей циркуляции атмосферы климатической модели INMCM48 [2], разработанной в ИВМ РАН им. Марчука. Для корректной работы модели INMCM-SibCIOM необходимо провести тщательную настройку взаимодействия пограничного слоя атмосферы с подстилающей поверхностью, которое обычно описывается аэродинамическими балк-формулами. В разных моделях балк-формулы отличаются способом задания турбулентных коэффициентов. Модели INMCM48 использует способ, описанный в [3], а модель SibCIOM способ, описанный в [4]. В данной работе проводится сравнение результатов расчетов модели INMCM-SibCIOM, использующей различные способы описания турбулентных коэффициентов.

Работа выполнена в рамках Госзадания FWNM-2022-0003.

#### Список литературы

1. Голубева Е. Н. Численное моделирование динамики атлантических вод в Арктическом бассейне с использованием схемы QUICKEST // Выч. технол. 2008. Т. 13, № 5. С. 11-24.
2. Volodin E., Mortikov E., Kostykin S., Galin V., Lykossov V., Gritsun A., Diansky N., Gusev A., Iakovlev N., Shestakova A., Emelina S. Simulation of the modern climate using the INM-CM48 climate model // RJNAMM. 2018. Vol. 33, iss. 6. P. 367-374. <https://doi.org/10.1515/rnam-2018-0032>.
3. Марчук Г. И., Дымников В. П., Залесный В. Б., Лыкосов В. Н., Галин В. Я. Математическое моделирование общей циркуляции атмосферы и океана. М.: Гидрометеиздат, 1984. 320 с.
4. Kauffman B. G., Large W. G. NCAR CSM Flux Coupler, 1998. Version 4.0. URL: <https://www2.cesm.ucar.edu/models/cpl/doc4>, accessed: 2024-06-11.

#### **Разработка модели переноса и осаждения микропластика в Северном Ледовитом океане**

М. А. Градова, Е. Н. Голубева

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

E-mail: [tarkhanova@sscc.ru](mailto:tarkhanova@sscc.ru)

В докладе представлена численная модель переноса микропластика в полярных водах, включающая процессы распространения частиц системой течений, вмораживания в лед и изменение вертикального положения за счет биообращения и поглощения микропластика живыми организмами. Среднесуточные поля скоростей океана и дрейфа льда, полученные по модели SibCIOM, определяют лагранжевы перенос частиц. Биообращение во льду и морской среде обеспечивает накопление микроорганизмов на микропластике, влияющее на плавучесть и глубину погружения частиц. В океане модельное изменение биомассы на частице определяется температурой воды и интенсивностью проникающей коротковолновой радиации и зависит от скорости прикрепления клеток водорослей к частице, их последующего размножения, дыхания и гибели. Во льду параметризация биообращения основана на модельных данных о сезонной изменчивости толщины биопленки в ледяном покрове в зависимости от географической широты. Дополнительно параметризуется удаление частиц с детритом в донные отложения.

На основе построенной численной модели анализируются траектории распространения частиц, поступающих на шельф Карского моря с речными водами, и области загрязнения микропластиком в Северном Ледовитом океане. Отмечается колебательный характер вертикального поведения частиц разного размера вследствие биообращения. Более мелкие частицы, оказавшись на глубине, после потери биопленки из-за отсутствия света, необходимого для размножения водорослей, имеют меньшую скорость подъема к поверхности по сравнению с более крупными частицами. Несмотря на то, что биообращение играет важную роль в распространении микропластика в Арктике, более существенное влияние на результирующее распределение оказывают процессы захвата частиц ледяным покровом, дальнейший перенос его дрейфом и возвращение частиц в океан при таянии льда.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского фонда научных исследований, грант № 20-11-20112.

**Составная упругопластическая модель льда с разрушением для расчета процесса низкоскоростного ударного воздействия**Е. К. Гусева<sup>1</sup>, В. И. Голубев<sup>1</sup>, В. П. Епифанов<sup>2</sup>, И. Б. Петров<sup>1</sup><sup>1</sup>Московский физико-технический институт<sup>2</sup>Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлинского РАН

E-mail: guseva.ek@phystech.edu

Знание корректной реологии льда, находящегося под динамической нагрузкой, имеет первостепенное значения для многих практических задач Арктического региона. На сегодняшний день вопрос выбора механической модели льда при низкоскоростных воздействиях остается открытым. В настоящей работе численно решается задача о медленном ударе шарового стального индентора по ледяному диску поликристаллической структуры. Для воспроизведения результатов лабораторных экспериментов предложена составная модель, состоящая из гидростатического сферического ядра, упругопластической сферической зоны и окружающего линейно упругого объема. Радиусы границ данных областей задавались исходя из размера формирующейся вмятины. Дополнительно учитывалось образование хрупких трещин, при выполнении критерия по максимальным главным напряжениям. Численное решение определяющих систем уравнений проводилось с помощью сеточно-характеристического метода на подвижных структурированных сетках. В расчетах был успешно воспроизведен ряд наблюдаемых в экспериментах эффектов, получена связь между процессами разрушения и прохождения волн.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского научного фонда, грант № 23-21-00384.

**Гибридный подход на основе машинного обучения при уточнении решения обратной задачи идентификации источников выбросов**М. К. Емельянов<sup>1</sup>, А. В. Пененко<sup>2</sup><sup>1</sup>Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН<sup>2</sup>Югорский государственный университет

E-mail: michaelxperia01@gmail.com

Использование методов машинного обучения в различных областях науки и других сферах на сегодняшний момент становится все более частым и востребованным, потому что с помощью таких подходов удастся за столь малое вычислительное время произвести манипуляции с большими наборами данных разного назначения.

Идентификация источников выбросов важна в задачах о качестве воздуха. В работе при создании алгоритма идентификации выбросов в моделях переноса и трансформации примесей, включающего дополнительно априорную информацию о макроструктуре источника, при этом не ухудшая свойства решения обратной задачи, будет использован гибридный подход на основе традиционных методов и машинного обучения [1]. В работе показано использование априорной информации в виде точечных источников загрязнения. Также рассматривается применение полученных результатов при решении трехмерной задачи.

В ходе проведенных экспериментов было выявлено, что гибридные подходы, объединяющие машинное обучение с традиционными методами решения обратных задач, являются перспективным направлением для дальнейшего развития алгоритмов обратного моделирования. Более того, агрегаты, используемые в традиционных методах решения обратных задач, могут быть успешно применены в рамках методов машинного обучения для создания гибридных алгоритмов.

Исследование выполняется в рамках государственного задания Министерства науки и высшего образования РФ (тема "Аналитическое и численное исследование обратных задач об определении параметров источников атмосферного или водного загрязнения и (или) параметров среды", код темы: FENG-2023-0004).

#### Список литературы

1. Penenko A., Emelyanov M., Rusin E., Tsybenova E., Shablyko V. Hybrid deep learning and sensitivity operator-based algorithm for identification of localized emission sources // Math. MDPI AG, 2023. Vol. 12, No. 1. P. 781.

#### **Исследование взаимодействия шельфовых морей и глубокого океана в Арктическом регионе с использованием численного моделирования**

М. В. Крайнева

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

E-mail: krayneva-m@yandex.ru

Изучение взаимодействия вод шельфа и глубокого океана требует уточнения описания гидрологических характеристик в шельфовой области. Для этих целей была модифицирована численная модель океана. Основой модификации является применение комбинированной численной сетки по вертикали. В глубинных районах океана, характеризующихся резкими наклонами дна, используется z-система вертикальных физических координат. Шельфовая часть океана и переход на материковый склон рассматриваются с применением  $\sigma$ -системы координат в придонном слое, в котором координатные линии следуют топографии дна. С помощью данного подхода мы можем описывать потоки, поступающие в поверхностный слой, с одинаковой степенью детализации для всех районов океана; уточнять распределение гидрологических характеристик шельфовой области; описывать процессы обмена вод шельфовой зоны и глубокого океана в области материкового склона. В рамках тестирования проводится сравнение работы двух подходов (численной модели с комбинированной сеткой по вертикали и численной модели с z-системой). Представлены результаты численных расчетов гидрологических характеристик Северного Ледовитого океана.

Работа выполнена в рамках темы Госзадания FWNM-2022-0003.

#### **О вихревых потоках тепла и производстве энтропии в области струйного течения и на земной поверхности**

В. Н. Крупчатников<sup>1,2,3</sup>, А. В. Гочаков<sup>2</sup>, О. Ю. Антохина<sup>4</sup>, И. В. Боровко<sup>1</sup>, В. С. Градов<sup>1</sup>

<sup>1</sup>*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

<sup>2</sup>*Сибирский региональный научно-исследовательский гидрометеорологический институт*

<sup>3</sup>*Институт физики атмосферы им. А. М. Обухова РАН*

<sup>4</sup>*Институт оптики атмосферы им. В. Е. Зуева СО РАН*

E-mail: vkрупчатnikov@yandex.ru

В докладе обсуждаются некоторые результаты исследования вихревых потоков тепла в районе субтропического струйного течения. Многие крупномасштабные динамические явления в атмосфере Земли связаны с процессами распространения и обрушения волн Россби. Здесь мы обращаем внимание на области противогradientных вихревых потоков тепла в районе субтропического струйного течения в Север-

ном полушарии, связанную с опрокидыванием волн Россби. В этих областях мы наблюдаем меридиональный перенос энергии на северном фланге струйного течения в экваториальном направлении по данным реанализа ERA-5 и данным моделирования с климатической моделью INM-CM4-8 Института вычислительной математики им. Г.И. Марчука РАН, а производство энтропии, за счет горизонтального переноса тепла, становится отрицательным, поскольку тепло переносится против температурного градиента, но это не является нарушением второго закона термодинамики, поскольку основная доля производства энтропии происходит за счет процессов вертикального теплообмена, например конвекция, и других необратимых процессов. Производство энтропии чувствительно к земному покрову, баланс энтропии больше всего связан с радиацией на поверхности. Количественная оценка термодинамического баланса энтропии и производства энтропии является полезным показателем для оценки взаимодействий системы атмосфера-поверхность. Некоторые оценки производства энтропии поверхностью представлены в данной работе.

В традиционном подходе к исследованию климатической системы основное внимание уделяется динамическим механизмам и физическим процессам, ответственным за преобразование энергии из одной формы в другую, но также важен подход, основанный на анализе баланса энтропии климатической системы и, особенно, производства энтропии.

Работа выполнена в рамках Госзадания: FWNM-2022-0003 и при частичной поддержке Российского научного фонда (грант № 23-17-00273).

#### **Численное моделирование температуры воды для крупной речной системы регионального масштаба**

А. И. Крылова<sup>1</sup>, Н. А. Лаптева<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН

<sup>2</sup>ГНЦ ВБ "Вектор"

E-mail: alla@climate.sccc.ru

В работе представлены первые результаты численного моделирования температурного режима поверхностных вод р. Лена в период открытой воды (с мая по октябрь) на основе одномерного уравнения переноса тепла, полученного из уравнения теплового баланса Фурье – Кирхгофа при соответствующих предположениях для речных систем с преобладанием адвекции. Для определения суммарного теплообмена через свободную поверхность воды (коротковолнового и длинноволнового излучения, а также потоков ощутимого и скрытого тепла) использовались методики из работ [1, 2]. Уравнение для расчета температуры решается при помощи безусловно устойчивой схемы бегущего счета первого порядка.

Моделирование термического режима р. Лена рассматривается как интеграция гидрологической концептуальной модели, разработанной и представленной в работе [3], с одномерной моделью температуры воды при разрешении  $(1/3 \times 1/3)$  град. и суточном шаге по времени. Модель протестирована от гидропоста Качуг, расположенного в верховье р. Лена, до гидропоста Кюсюр, замыкающего створа бассейна реки. Результаты моделирования сравнивались с ежедневными данными о температуре воды на гидропостах р. Лена из Государственного водного кадастра за 1989 год и с сайта Росгидромета (<https://rogoda1.ru>) за 2018 год. Полученные реалистичные оценки температуры воды позволяют допустить, что данный подход к моделированию может быть использован для изучения влияния изменения климата и антропогенных воздействий на речные системы.

Работа выполнена в рамках Госзадания ИВМиМГ СО РАН № FWNM-2022-0003.

## Список литературы

1. Одрова Т. В. Гидрофизика водоемов суши. Л.: Гидрометеиздат, 1979. 311 с.
2. Макаров И. И., Соколов А. С., Шульман С. Г. Моделирование гидротермических процессов водохранилищ-охладителей ТЭС и АЭС. М.: Энергоатомиздат, 1986. 182 с.
3. Krylova A. I., Lapteva N. A. Modeling long-term dynamics of river flow in the Lena River basin based on a distributed conceptual runoff model // Water Resources. 2024. Vol. 51, No. 4. P. 393-404.

**О вихревом перемешивании и энергетике турбулентности в устойчивом атмосферном пограничном слое**

Л. И. Курбацкая

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

E-mail: l.kurbatskaya@ommgp.sccc.ru

С помощью мезомасштабной RANS- модели турбулентности установлено, что поведение параметров турбулентного вихревого перемешивания согласуется с данными измерений, проведенных в лаборатории и в атмосфере. Исследуются некоторые проблемы, возникающие при описании турбулентного вихревого перемешивания в атмосферном пограничном слое. В частности, при переходе течения в сильно устойчивое состояние потоковое число Ричардсона  $Rif$  может изменяться немонотонно, возрастая с увеличением градиентного числа Ричардсона  $Rig$  до достижения состояния насыщения при некотором градиентном числе Ричардсона  $Rig$  (приблизительно равным 1), которое разделяет два различных турбулентных режима: сильного перемешивания и слабого перемешивания. Анализ энергетике на основе уравнений баланса кинетической и потенциальной энергии турбулентности показывает, в частности, что слабое перемешивание ( $Rig > 1$ ) вполне способно транспортировать импульс. Этим может объясняться не только поддержание течения распространяющимися внутренними волнами, которые при сильной стратификации эффективно переносят импульс, но и постоянное возникновение турбулентности в свободной атмосфере при  $Rig \gg 1$ . Показано, что поведение вихревых коэффициентов диффузии импульса и тепла согласуется с представлением о поддержании переноса импульса (но не тепла) распространяющимися внутренними волнами в сильно устойчивом состоянии атмосферного пограничного слоя.

Исследования выполнены в рамках государственного задания ИВМиМГ СО РАН FWNM-2022-0003.

**Оценка влияния батиметрии из разных глобальных баз на результаты моделирования цунами**М. М. Лаврентьев<sup>1</sup>, А. Г. Марчук<sup>2</sup>, К. К. Облаухов<sup>1</sup><sup>1</sup>*Институт автоматики и электрометрии СО РАН*<sup>2</sup>*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

E-mail: mmlavrentiev@gmail.com

В численных расчетах распространения цунами используется сеточная батиметрия различной детальности. В ходе исследования была проведена серия вычислительных экспериментов по распространению волн цунами от модельного очага у восточного побережья Японии с использованием донного рельефа, взятого из трех глобальных батиметрических баз: GEBCO, ETOPO и Smith and Sandwell. Численные эксперименты проводились на персональном компьютере с использованием аппаратного ускорения (специализированный вычислитель на базе вентиляционной матрицы, программируемой пользователем Field Programmable Gates Array FPGA), что позволило выполнить достаточное количество расчетов. Сравнение

рассмотренных цифровых батиметрий для этой области детальностью 30 географических секунд (примерно 927 м в направлении Север-Юг) с региональной сеточной батиметрией Японского океанографического агентства (JODC) показало, что относительная разница (больше 10 %) в глубинах наблюдается лишь в очень малой части всей расчетной области (менее 1-2 % общей площади глубокой части). Похожая картина наблюдается и при сравнении распределения максимумов вычисленных высот цунами. При этом наибольшая разница регистрируется в прибрежных акваториях. Из этого можно сделать вывод о допустимости использования цифровой батиметрии из любой из рассмотренных глобальных баз при численном моделировании распространения цунами на глубинах более 100 м. Но для получения распределения высот волны вдоль береговой линии требуется переход на более детальные сетки с использованием метода вложенных сеток.

### **Закономерности длительного атмосферного загрязнения городов Сибири**

А. А. Леженин, В. Ф. Рапута

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

E-mail: lezhenin@ommfao.sccc.ru

Интенсивное загрязнение атмосферного воздуха в крупных городах Сибири создают значительные риски здоровью населения. По данным Росгидромета среднегодовые концентрации многих поллютантов превышают предельно допустимые концентрации (ПДК) [1]. В зимние месяцы концентрация бенз(а)пирена (БП) на территориях ряда городов многократно превышают ПДК. Известно, что БП оказывает значительное влияние на канцерогенную и мутагенную активность атмосферного воздуха.

Проведен численный анализ данных мониторинга загрязнения БП атмосферы гг. Новосибирска, Красноярска, Иркутска, Улан-Удэ, Читы и др. Попарный корреляционный анализ данных измерений среднемесячных концентраций БП на постах Росгидромета показал наличие между ними тесных связей. Были установлены статистические связи между концентрациями как для близкорасположенных друг от друга постов городов, так и с удаленными постами, несмотря на существенные различия в источниках выбросов БП. Это послужило основанием для поиска факторов, оказывающих значимое влияние на процессы загрязнения атмосферы городов. Результаты исследований показали, что одним из наиболее значимых факторов является среднемесячная повторяемость штилей. С использованием линейной регрессии были установлены зависимости среднемесячных концентраций БП с повторяемостью штилей.

Найденные закономерности позволяют проводить дополнительный контроль достоверности результатов измерений концентраций БП на постах, а также восстанавливать пропуски в наблюдениях. Установленные зависимости между среднемесячными концентрациями БП и повторяемостью штилей могут быть использованы при планировании мероприятий по улучшению качества атмосферы в городах и создании моделей оценивания полей концентраций.

Работа выполнена в рамках гранта № 075-15-2024-533 Министерства науки и высшего образования РФ.

#### Список литературы

1. Ежегодник "Состояние загрязнения атмосферы в городах на территории России за 2022 г." Санкт-Петербург, 2023. 256 с.

**Моделирование подводной мерзлоты шельфа с использованием метода сквозного счета**

В. В. Малахова

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

E-mail: malax@sscc.ru

При освоении природных ресурсов шельфа необходимы достоверные сведения о распространении и свойствах подводной мерзлоты. Сложные природные условия затрудняют проведение буровых работ. Поэтому математическое моделирование современного распространения многолетнемерзлых пород на арктическом шельфе Евразии является актуальной задачей.

Для изучения динамики и современного состояния субаквальной мерзлоты в донных отложениях шельфа разработана динамическая модель процессов теплопереноса, позволяющая рассчитывать динамику термического состояния донных отложений в случаях чередования границ талых и мерзлых слоев. Модель дополнена палеогеографическим сценарием изменения атмосферного воздействия и уровня океана [1]. При численной реализации задачи Стефана в модели принимается, что фазовые переходы происходят только на поверхности раздела талой и мерзлой зон, и используется метод ловли фронта в узел пространственной сетки.

В данной работе для решения указанной задачи используется метод сквозного счета, и учет теплоты фазового перехода эквивалентен учету эффективной теплоемкости. Кривая незамерзшей воды используется в виде сглаживающей функции в некотором температурном интервале в окрестностях точки фазового перехода. Приведены результаты численного решения задачи с различными интервалами размазывания дельта-функции. При разработке новой версии модели подводной мерзлоты были учтены такие факторы, как зависимость теплофизических параметров от строения осадочной толщи и содержания незамерзшей воды в осадках. Продемонстрирована возможность использования данного метода для расчета эволюции многолетнемерзлых пород в течение длительного промежутка времени.

Работа выполнена в рамках проекта FWNM-2023-0001.

## Список литературы

1. Малахова В. В., Елисеев А. В. Влияние диффузии солей на состояние и распространение многолетнемерзлых пород и зоны стабильности метан-гидратов шельфа моря Лаптевых // *Лед и снег*. 2020. Т. 60, № 4. С. 533–546.

**Причины и последствия фокусировки волн цунами**

А. Г. Марчук

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

E-mail: mag@omzg.sccc.ru

Фокусировку волн, в том числе волн цунами, можно определить, как одновременный приход волны от нескольких разных сегментов волнового фронта. Это может привести к существенно более высокой амплитуде волн в окрестности точки фокусировки по сравнению с окружающими ее точками области. Во-первых, фокусировка волновой энергии может быть, следствием геометрической формы очага цунами. В частности, источник цунами, состоящий из двух частей с положительным и отрицательным смещением водной поверхности, может сфокусировать волновую энергию в некоторой точке вне этого очага. Во-вторых, это может быть результатом рефракции волнового фронта над неровным дном. Еще одной причиной фокусировки цунами может стать отражение волны от вогнутой береговой линии. В таком случае точка

фокусировки будет располагаться на удалении от берега. В случае, когда точка фокуса расположена недалеко берега, там могут наблюдаться аномально высокие волны цунами, что необходимо принимать во внимание службам предупреждения цунами. Еще одной причиной фокусирования цунами теоретически может быть сферичность Земли. Например, цунами, генерированное источником, расположенным у берегов Южной Америки, может вызвать концентрацию волновой энергии в районе юга Японских островов.

Для всех упомянутых случаев построены кинематические карты продвижения волновых фронтов. А численное моделирование динамики распространения цунами по модели мелкой воды подтверждают эффект повышения высоты цунами в точках фокусировки в перечисленных выше случаях. Выходящие к берегу подводные хребты также вызывают фокусировку цунами и вызывают аномальное повышение амплитуд волн в точке выхода к берегу такой донной структуры. Численное моделирование цунами 11.03.2011 у северо-восточного побережья Японии с использованием модели очага, представленного учеными из Японии, показывает возникновение на шельфе зон аномально высоких волн вследствие фокусировки, вызванной отражением от вогнутой береговой линии в районе Сендая.

#### **Ансамблевая система усвоения данных с использованием спутниковых наблюдений ветра**

В. Г. Мизяк<sup>1</sup>, А. В. Шляева<sup>2</sup>, М. А. Толстых<sup>3</sup>, В. С. Рогутов<sup>1,3</sup>, К. А. Алипова<sup>3</sup>, Г. С. Гойман<sup>1,3,4</sup>

<sup>1</sup>Гидрометцентр России

<sup>2</sup>National Oceanic and Atmospheric Administration

<sup>3</sup>Институт вычислительной математики РАН

<sup>4</sup>Московский физико-технический институт

E-mail: vmizyak@gmail.com

Развитие вычислительных мощностей привело к появлению ансамблевого прогноза погоды, особенностью которого является моделирование "хаотического" поведения атмосферы. Использование ансамбля прогнозов вместо одного позволяет учесть неопределенность прогностической системы и ее начальных данных и оценить вероятность наступления событий, характеризующих метеорологическую обстановку.

Ансамбль начальных данных для такого прогноза может быть подготовлен с помощью ансамблевой системы усвоения данных. В данной работе описана такая система [1].

Важным видом наблюдений, положительно влияющих на результаты усвоения, являются спутниковые наблюдения ветра AMV. В представленной работе для использования этих наблюдений используются схемы по переопределению высоты наблюдений [2] и моделированию автокорреляций их ошибок [3]. Разработанные, настроенные и внедренные схемы повысили точность полей ансамбля начальных данных для различных метеорологических переменных на 5–15 % в северном полушарии и на 20–30 % в южном, а среднесрочных прогнозов на их основе на 5–17 % в северном полушарии и на 15–50 % в южном полушарии.

Разработанная ансамблевая система усвоения в настоящее время применяется для оперативного ансамблевого прогноза погоды в Гидрометцентре России.

#### Список литературы

1. Shlyayeva A. V., Tolstykh M. A., Mizyak V. G., Rogutov V. S. Local ensemble transform Kalman filter data assimilation system for the global semi-Lagrangian atmospheric model // RJNAMM. 2013. Vol. 28, No. 4. P. 419–441.

2. Мизяк В. Г., Шляева А. В., Толстых М. А. Использование данных спутниковых наблюдений ветра AMV в системе ансамблевого усвоения данных // Метеорол. и гидролог. 2016. № 6. С. 87–99.

3. Мизяк В. Г., Шляева А. В., Толстых М. А. Учет скоррелированности ошибок спутниковых данных наблюдений AMV в ансамблевой системе усвоения данных // Метеорол. и гидролог. 2023. № 3. С. 20–31.

#### **Математическое моделирование загрязненности воздуха стационарными и передвижными источниками**

А. Л. Осипов

*Новосибирский государственный университет экономики и управления*

E-mail: alosip@mail.ru

В статье изучались и анализировались данные по выбросам загрязняющих веществ в атмосферу от стационарных и передвижных источников. Разработана база данных по выбросам за период с 2010 по 2019 г. Создано программное обеспечение, которое позволяет строить линейные и нелинейные модели, эффективно описывающие динамику загрязнения от выбросов. Построенные модели показывают точность прогноза выше 98 %. Отдельно представлены модели, прогнозирующие объемы выбросов от стационарных источников, от передвижных источников, а также по видам экономической деятельности. Модели дают возможность проследить динамику выбросов и дают возможность проработать рекомендации для снижения уровня загрязненности атмосферы.

#### **К моделям геологических массивов, содержащих водоносные горизонты, в условиях вибрационных воздействий**

А. В. Павлова<sup>1</sup>, С. Е. Рубцов<sup>1</sup>, И. С. Телятников<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*Кубанский государственный университет*

<sup>2</sup>*Южный научный центр РАН*

E-mail: pavlova@math.kubsu.ru

Быстрое развитие техники ведет к усилению антропогенного влияния на геологическую среду, различные виды вибраций могут приводить к активизации слабой сейсмичности в районах, удаленных от структурных границ литосферных отдельностей. Локальные проявления и глобальные последствия продолжительных вибрационных воздействий активно изучаются в настоящее время [1, 2]. В работе рассмотрена модель геологического массива, содержащего неглубоко залегающие ненапорные межпластовые воды, подверженного поверхностному вибрационному нагружению. Моделирование поведения гидроругой системы (пакета, состоящего из упругого слоя, слоистого полупространства и расположенного между ними слоя идеальной жидкости) выполнено в приближении уравнений Гельмгольца и Ламе для установившихся колебаний. Выбор в качестве модели кусочно-однородной структуры диктуется свойствами реальных геоматериалов, позволяя увеличивать число слоев для более точного описания свойств неоднородного массива. Решения граничных задач построены с помощью интегрального подхода [3]. Полученные результаты, могут найти применение при исследовании особенностей распространения сейсмических волн в горных массивах, содержащих водоносные горизонты.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ и КНФ в рамках проекта № 24-21-20032.

Список литературы

1. Изменение окружающей среды и климата. Т. 1. Сейсмические процессы и катастрофы / Пред. ред. кол. Н. П. Лаверов, отв. ред. А. О. Глико. М.: ИФЗ РАН, 2008. 404 с.

2. Псахье С. Г., Ружич В. В., Шилько Е. В., Астафуров С. В., Смекалин О. П. Изучение влияния водонасыщения и вибраций на режим смещений в зонах разломов // Физич. мезомехан. 2004. Т. 7, № 1. С. 23–30.

3. Pavlova A. V., Rubtsov S. E., Telyatnikov I. S. To the study of the vibration in an acoustic medium with coating excited by a concentrated harmonic source // IOP Conf. Ser.: Earth and Environ. Sci. 2023. Vol. 1154, 012023.

### **Численное исследование фазового перехода вода – лед во влагонасыщенном грунте**

Т. А. Пекарская, А. Н. Сибин

*Алтайский государственный университет*

E-mail: pekarskayat@yandex.ru

Преобладающая часть стока северных рек формируется за счет таяния сезонного снежного покрова. Условия снеготаяния оказывают решающее влияние на количество поступающих в водоемы – приемники талых вод. Глубина промерзания поверхностного слоя грунта влияет на впитывающую способность и определяет соотношение между склоновым и грунтовым стоками. Поэтому моделирование состояния грунта в период снеготаяния имеет важное значение при разработке методов расчетов и прогнозов гидрографов весеннего половодья [1].

В докладе проведено численное исследование одномерной задачи замораживания грунта на основе модели, в которой насыщенный грунт рассматривается как трехфазная пористая среда, состоящая из сухого скелета, воды и льда. Модель включает в себя закон сохранения энергии, уравнения баланса массы для влажности и льдистости, уравнение равновесия и определяющие соотношения для описания влияния фазового перехода вода – лед. Проведена верификация математической модели на экспериментальных данных из литературных источников [2]. В эксперименте искусственное замораживание образцов проводилось в морозильной камере. В процессе промерзания грунта измерялась температура. После полной заморозки образца производилось его естественное размораживание при комнатной температуре [3].

Работа выполнена при финансовой поддержке проекта "Современные модели гидродинамики для задач природопользования, промышленных систем и полярной механики" (2024-26) (гос. задание FZMW-2024-0003).

#### Список литературы

1. Сибин А. Н., Папин А. А. Моделирование движения растворимой примеси в тающем снеге // ПМТФ. 2024. Т. 65, № 1. С. 58–69.

2. Bronfenbrener L. Non-equilibrium crystallization in porous media: Numerical solution // Cold Region Scie. and Technol. 2013. Vol. 85. P. 137–149.

3. Прохоров А. Е., Желнин М. С., Костина А. А., Плехов О. А. Исследование особенностей неравновесного фазового перехода во флюидонасыщенном грунте // Вестн. Перм. ун-та. Физика. 2018. № 4 (42). С. 31–37.

### **Алгоритмы обратного моделирования для построения цифрового двойника городской атмосферы**

А. В. Пененко, В. В. Пененко

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

E-mail: a.penenko@yandex.ru

Концепция цифрового двойника природного процесса предполагает разработку системы, включающей взаимосвязанные модели изучаемого процесса и двухсторонние информационные связи между мо-

делями и прототипом. В качестве прототипа для цифрового двойника рассматриваются процессы переноса и трансформации примесей в атмосфере для "городских" и "региональных" сценариев. Состояние этого объекта динамично меняется и не является в полной мере наблюдаемым, поэтому актуальными становятся задачи уточнения параметров моделей по имеющимся разнородным данным мониторинга, в том числе и в режиме усвоения данных (т. е. в процессе получения данных).

В рамках разрабатываемой системы обратного моделирования IMDAF реализованы оригинальные алгоритмы решения обратных задач и усвоения данных на основе операторов чувствительности [1]. Ансамблевая конструкция операторов чувствительности позволяет комбинировать разнородные типы данных измерений в одном операторном уравнении и распараллеливать его вычисление. Квазилинейная структура операторного уравнения позволяет оценивать решение без непосредственного решения обратной задачи [1]. Это свойство можно использовать как для оптимизации системы мониторинга, так и для построения гибридных алгоритмов коррекции результатов идентификации параметров и апостериорного учета априорной информации на основе методов машинного обучения [2].

Работа выполнена в рамках государственного задания ИВМиМГ СО РАН FWNM-2022-0003 (алгоритмы обратного моделирования для многомерных моделей) и гранта № 075-15-2024-533 Министерства науки и высшего образования РФ (гибридные алгоритмы усвоения).

#### Список литературы

1. Penenko A. et al. Sensitivity operator framework for analyzing heterogeneous air quality monitoring systems // Atmosphere. MDPI AG. 2021. Vol. 12, No. 12. P. 16971.
2. Penenko A. et al. Hybrid deep learning and sensitivity operator-based algorithm for identification of localized emission sources // Math. MDPI AG. 2023. Vol. 12, No. 1. P. 781.

#### **Гибридный алгоритм усвоения данных для задач химии атмосферы с уточнением модели методами машинного обучения**

А. В. Пененко<sup>1</sup>, С. А. Шаабо<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН

<sup>2</sup>Новосибирский государственный университет

E-mail: a.penenko@yandex.ru

Алгоритмы усвоения данных широко используются для прогнозирования и оценки состояния процессов, характеризующихся быстрыми изменениями. Примером может служить процесс изменения химического состава атмосферного воздуха. Для повышения точности прогноза проводится усвоение данных измерений уровня загрязнения, полученных на постах мониторинга. Алгоритмы усвоения данных используют поступающие данные измерений прошлых и текущих значений функций состояния модели для восполнения недостающей информации о параметрах математической модели в процессе моделирования [1]. Задачу усвоения данных рассматриваем как последовательность связанных обратных задач. В качестве базовой обратной задачи для последовательности, рассматривается задача оценки источников модели продукции-деструкции по данным измерений по значениям некоторых элементов функции состояния модели в заданные моменты времени [2]. Для уточнения модели процессов системы усвоения данных на основе функций неопределенностей, найденных в результате усвоения данных, используются методы машинного обучения [3].

Исследование выполняется в рамках гранта № 075-15-2024-533 Министерства науки и высшего образования РФ на выполнение крупного научного проекта по приоритетным направлениям научно-технологического развития

(проект "Фундаментальные исследования Байкальской природной территории на основе системы взаимосвязанных базовых методов, моделей, нейронных сетей и цифровой платформы экологического мониторинга окружающей среды")

#### Список литературы

1. Bocquet M. et al. Data assimilation in atmospheric chemistry models: current status and future prospects for coupled chemistry meteorology models // Atmosph. Chem. and Phys. Discuss. 2014. Vol. 14.
2. Penenko A. V. Consistent numerical schemes for solving nonlinear inverse source problems with gradient-type algorithms and Newton – Kantorovich methods // Num. Analyses and App. 2018. Vol. 11. P. 73–88.
3. Cheng S. et al. Machine learning with data assimilation and uncertainty quantification for dynamical systems: a review // IEEE/CAA J. of Automatica Sinica. Institute of Electrical and Electronics Engineers, 2023.

#### **Роль мезомасштабных вихрей в процессе массообмена шельфовых вод с глубинными слоями Северного Ледовитого океана**

Г. А. Платов, Е. Н. Голубева, Д. Ф. Якшина

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

E-mail: platov.g@gmail.com

В результате исследования с использованием системы моделей SibCIOM и SibPOM удалось показать, что в процессе формирования придонной структуры вод СЛО и в ходе их распространения имеет место энергетическая конверсия доступной потенциальной энергии регулярного движения в потенциальную энергию вихревых образований, а ускоренному продвижению плотных шельфовых вод вниз вдоль наклонного дна способствует агеострофичность вихревых мезомасштабных структур.

Предложен метод выявления мезомасштабных вихрей, применимый при анализе результатов численного моделирования с подробным разрешением. Результаты показывают, что значительное количество вихрей формируется под ледяным покровом в зимний период, когда существенную роль играет конвекция, вызванная отторжением солей при образовании льда в прикромочной зоне. Таким образом, механизм формирующихся вихрей, благодаря наличию агеострофической компоненты, являются важным фактором в процессе массообмена между шельфовой зоной и глубоким океаном.

Результаты численного моделирования с подробным горизонтальным разрешением позволили оценить характеристики вихревого массопереноса в зависимости от значений параметров крупномасштабного течения, формирующегося в условиях шельфовых морей Арктики. Множественные реализации вихревого потока массы, полученные в результате численного эксперимента, рассматривались как статистическая выборка и анализировались с использованием методов исследования чувствительности и кластерного анализа выборки с целью построения параметризации вихревого массопереноса для крупномасштабных моделей. Получены зависимости, наиболее близкие к моделируемым распределениям величин. Эксперименты с использованием крупномасштабной модели SibCIOM показали, что наиболее чувствительными к предлагаемой параметризации вихревых обменов являются районы вдоль Фрамовой ветви траектории атлантических вод в Арктике, а также шельф Восточно-Сибирского моря и морей Лаптевых с прилегающими глубоководными участками.

Работа выполнена в рамках проекта FWNM-2023-0001.

**Численные эксперименты со спутниковыми данными по оценке эмиссии метана с поверхности Земли**

М. В. Платонова, В. Д. Котлер, Е. Г. Климова

*Федеральный исследовательский центр информационных и вычислительных технологий*

E-mail: gumoznaya@gmail.com

В докладе представлена система усвоения данных для оценки эмиссии парниковых газов с поверхности Земли. Система усвоения данных основана на алгоритме ансамблевого фильтра Калмана LETKF. Усвоение данных реализовано для модели переноса и диффузии MOZART-4 с использованием реальных спутниковых данных AIRS за 2016 г.

В проведенных численных экспериментах производилась оценка приземной концентрации парниковых газов. По полученным оценкам приземной концентрации вычислялись значения эмиссии метана и проводилось их сравнение со значениями эмиссии из данных реанализа CAMS. Результаты численных экспериментов показали хорошую согласованность между полученными оценками и данными реанализа.

Разработанный алгоритм позволяет анализировать поведение эмиссии парниковых газов в заданных регионах и временных интервалах. Такой подход способствует выявлению аномалий и тенденций в выбросах метана, что является ключевым для мониторинга и прогнозирования климатических изменений.

**Сценарное моделирование распространения примесей в городской атмосфере в зимний период**

Э. А. Пьянова

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

E-mail: pyanova@ommgp.sccc.ru

Представлены сценарии моделирования распространения пассивных примесей в городской атмосфере Красноярска в зимний период. Имитировался перенос загрязняющих веществ от выбросов котельных и ТЭЦ в условиях устойчиво стратифицированной атмосферы. Расчеты проводились с помощью мезомасштабной модели динамики атмосферы и переноса примесей, которая разрабатывается в ИВМиМГ СО РАН. При подготовке начальных полей метеорологических элементов, а также данных о фоновых крупномасштабных составляющих метеополей использовались расчеты глобальной прогностической модели NCEP GFS. Поля глобальной модели интерполировались с помощью утилит препроцессинга WPS (WRF Preprocessing System).

Работа в части развития базовых математических моделей выполняется в рамках темы государственного задания ИВМиМГ СО РАН № FWNM-2022-0003.

**Численный анализ данных мониторинга загрязнения снежного покрова в Искитимо-Линёвской промышленной зоне**

В. Ф. Рапута<sup>1</sup>, О. В. Шуваева<sup>2</sup>, В. В. Коковкин<sup>2</sup>, А. А. Нефедов<sup>3</sup>, Д. Н. Половяненко<sup>3</sup>

<sup>1</sup>*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

<sup>2</sup>*Институт неорганической химии им. А. В. Николаева СО РАН*

<sup>3</sup>*Новосибирский институт органической химии им. Н. Н. Ворожцова СО РАН*

E-mail: raputa@sccc.ru

При проведении и анализе данных мониторинговых исследований в зонах атмосферных выбросов промышленных предприятий необходима информация о характеристиках источников, химическом и дис-

персном составе примеси, текущих гидрометеорологических условиях и т. д. [1]. При ее частичном отсутствии следует использовать компромиссный подход, основанный на совместном использовании имеющихся измерений и постановок соответствующих обратных задач переноса примесей [2, 3].

Обсуждаются результаты полевых и химико-аналитических исследований многокомпонентного загрязнения снежного покрова в окрестностях Новосибирского электродного завода, Искитимского цементного завода, выполненных в 2023–2024 гг. Для анализа данных наблюдений использованы малопараметрические модели реконструкции полей концентраций примесей. С использованием асимптотик решений уравнения переноса примеси в моно и полидисперсном приближении проведено численное восстановление полей выпадений тяжелых металлов, ПАУ, компонентов ионного состава. Апробация моделей показала вполне удовлетворительное согласие с данными экспериментальных исследований загрязнения снегового покрова. При выборе модели оценивания существенную роль играют априорные сведения о характеристиках дисперсного состава примеси. Результаты проведенных исследований позволяют существенно оптимизировать выполнение наземного мониторинга загрязнения окрестностей промышленных предприятий.

Работа выполнена в рамках темы Госзадания ИВМиМГ СО РАН № FWNM-2022-0003.

#### Список литературы

1. Берлянд М. Е. Современные проблемы атмосферной диффузии и загрязнения атмосферы. Л.: Гидрометеоздат, 1975.
2. Рапуга В. Ф., Коковкин В. В. Методы интерпретации данных мониторинга загрязнения снежного покрова // Химия в интересах устойчивого развития. 2002. Т. 10. С. 669–682.
3. Рапуга В. Ф., Олькин С. Е., Резникова И. К. Методы численного анализа данных наблюдений регионального загрязнения территорий площадным источником // Оптика атмосферы и океана. 2008. Т. 21, № 6. С. 558–562.

#### **К клеточно-автоматным моделям процесса просачивания в пористой среде**

И. С. Телятников<sup>1</sup>, А. В. Павлова<sup>2</sup>, С. Е. Рубцов<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Южный научный центр РАН

<sup>2</sup>Кубанский государственный университет

E-mail: ilux\_t@list.ru

На сегодняшний день исследования протекающих в пористых структурах процессов варьируются от моделирования в масштабе пор, отражающего детальную структуру среды, до моделей континуума, описывающих осредненные свойства среды в большем объеме. Использование клеточных автоматов (КА) является одним из подходов, применяемых для описания поведения жидкости на уровне микроскопических пор и соединительных каналов в пористой среде [1–3]. В данной работе реализована трехмерная клеточно-автоматная модель процесса просачивания жидкости сквозь пористую структуру, имеющую заданную морфологию. Применен стохастический КА, использующий суперпозицию операторов конвекции (одномерная конвекционная составляющая в направлении действия силы тяжести на каждом шаге выполняется синхронно во всей плоскости клеточного массива, начиная с предпоследней) и диффузии (реализована двумерная наивная диффузия в каждой плоскости) [3]. Моделируется процесс при наличии и отсутствии возможных гидрофильных эффектов. Полученные результаты качественно соответствуют фи-

зике процесса, однако указывают на то, что параметры модели необходимо подбирать в процессе ее тестирования, ориентируясь на реальные свойства среды. Дальнейшее развитие модели позволит моделировать такие физические явления, как насыщение и дренаж пористой среды.

Фрагменты работы выполнены в рамках ГЗ ЮНЦ РАН (00-24-13 № 122020100341-01).

#### Список литературы

1. Бандман О. Л. Клеточно-автоматный метод исследования свойств пористых сред // СибЖВМ. 2010. Т. 13, № 1. С. 1–13.
2. Ramirez A., Jaramillo D. E. Porous media generated by using an immiscible lattice-gas model // Comput. Material Sci. 2012. Vol. 65. P. 157–164.
3. Бандман О. Л. Клеточно-автоматное моделирование процесса просачивания жидкости через пористый материал // Труды Междунар. конф. "Параллельные вычислительные технологии" (ПаВТ-2013). Челябинск: Изд. центр ЮУрГУ, 2013. С. 278–287.

#### **Модель ПЛАВ-NEMO-SI3: особенности реализации и первые результаты**

Р. Ю. Фадеев<sup>1,2</sup>, А. А. Кулешов<sup>3</sup>, Б. С. Струков<sup>2</sup>, А. А. Зеленко<sup>2</sup>, Ю. Д. Реснянский<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Институт вычислительной математики РАН

<sup>2</sup>Гидрометцентр России

<sup>3</sup>Институт прикладной математики РАН

E-mail: rost.fadeev@gmail.com

ПЛАВ-NEMO-SI3 является совместной моделью атмосферы, океана и морского льда, которая разработана в ИВМ РАН, Гидрометцентре России и ИПМ им. М. В. Келдыша РАН. Объединение моделей выполнено с применением программного обеспечения OASIS3-MCT и SCRIP. В докладе обсуждаются вычислительные аспекты реализации совместной модели, а также результаты исследования ее параллельной масштабируемости на системе Cray-XC40, установленной в Главном вычислительном центре Росгидромета. Выводы о применимости ПЛАВ-NEMO-SI3 для описания динамики атмосферы и океана подкреплены результатами опытных прогнозов с различной заблаговременностью, в которых в качестве начальных данных для моделей атмосферы и океана использовался оперативный анализ Гидрометцентра России.

#### **Технология оценки уровня загрязнения атмосферы в городе в условиях промышленной аварии**

А. Г. Царина, Е. Г. Алексанян

ФГБУ НПО "Тайфун"

E-mail: tsarina@feerc.ru

В работе представлено описание разрабатываемого в ФГБУ "НПО "Тайфун" программного комплекса ПК МА3-Город, реализующего технологию оперативной оценки уровней загрязнения атмосферы над конкретной урбанизированной территорией.

Основной задачей ПК МА3-Город является обеспечение оперативного анализа и прогноза процесса аварийного загрязнения атмосферы над урбанизированной территорией по данным об источнике загрязнения и актуальным метеорологическим данным.

В работе обсуждается модульная структура оперативной модели для оценки и прогноза уровней загрязнения и необходимый набор данных для обеспечения ее функционирования. Предлагаются подходы

для построения на основе электронных картографических систем цифровых макетов городской территории и расчетных сеток. Для карт местности выполняется предварительная процедура оптимизации, позволяющая работать с укрупненными блоками зданий, не учитывать несущественные элементы застройки.

Рассматриваются вопросы эффективного построения трехмерных полей ветра для территории со сложной застройкой на основе метода дискретных вихрей и вариационного метода адаптации поля ветра для учета рельефа местности, обсуждается выбор диффузионных параметров атмосферы для проведения имитационного моделирования процессов переноса и рассеяния загрязняющих веществ в атмосфере с учетом сложного поля ветра. Результаты моделирования представляются в виде динамически изменяющихся полей объемной и приземной концентрации.

Также рассматривается задача определения вероятного источника загрязнения атмосферы над урбанизированной территорией на основе данных мониторинга загрязнений атмосферы, данных инвентаризации стационарных источников и метеорологических данных.

### **Моделирование распространения микропластика в Байкале с учетом биообрастания**

Е. А. Цветова

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

E-mail: e.tsvetova@ommgp.sccc.ru

В продолжение исследований по тематике моделирования распространения микропластика в Байкале [1, 2], в настоящем докладе рассматриваются гипотетические сценарии, учитывающие влияние биологических процессов, так называемого биообрастания, на загрязнение вод озера. С этой целью используются трехмерная негидростатическая модель гидротермодинамики озера и модели распространения примесей в двух вариантах, эйлеровом и лагранжевом. В последних участвуют агрегаты из микропластика и некоторых живых организмов, входящих в состав экосистемы озера, которые, продолжая жизнедеятельность, прикрепляются к микропластику. Вследствие этого общая плавучесть агрегата изменяется, и он либо тонет, либо всплывает в зависимости от соотношений с физическим состоянием окружающей водной среды. В условиях имеющейся неопределенности при задании источников воздействий, параметров математической модели и параметризаций биологических процессов, для воспроизведения физических процессов в озере и получения оценок загрязнения используется сценарный подход, позволяющий построить варианты развития ситуаций.

Работа выполнена в рамках бюджетного проекта ИВМиМГ СО РАН (FWNM-2022-0003).

#### Список литературы

1. Tsvetova E. A. Transport model: Microplastic in Lake Baikal // Proc. of SPIE 2022. 1234165.
2. Tsvetova E. A. Hypothetical scenarios of microplastic propagation in Lake Baikal // Proc. of SPIE 2023. 12780, 127805E.

**Имитационная модель для оценки воздействия качества воздуха на городское население**Э. В. Цыбенова<sup>1</sup>, К. А. Сортеева<sup>2</sup>, А. В. Пененко<sup>1</sup><sup>1</sup>*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*<sup>2</sup>*Филиал Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова в г. Сарове*

E-mail: erjena2002@mail.ru

Проблема загрязнения воздуха является одной из самых серьезных экологических проблем, оказывающих воздействие на здоровье населения. Основными причинами выбросов вредных веществ в атмосферу являются транспорт и промышленность. В настоящее время полный отказ от основных загрязнителей воздуха невозможно. Однако, если оценить производимое источниками вредное воздействие, то можно оптимизировать режимы их работы.

Для оценки объемов вдыхаемых вредных примесей городским населением использован подход на основе методов имитационного моделирования [1]. Маршруты перемещения агентов вычисляются с помощью пакета "Simulation of Urban MObility" [2]. Поле концентрации моделируется с помощью модели переноса и трансформации примесей WRF – Chem [3].

Для популяций агентов в зависимости от траектории передвижения и способа передвижения оценивается количество вдыхаемых примесей и рассчитываются затраты на передвижение. Рассмотрена задача проанализировать, насколько отличаются траектория движения, способ передвижения, объем вдыхаемых загрязнений и затраты для популяции агентов, которые принимают во внимание информацию о качестве воздуха и популяции агентов, которые такую информацию не учитывают. Численные эксперименты проводятся для Советского района г. Новосибирск.

## Список литературы

1. Yang L. E.; Hoffmann P.; Scheffran J.; Ruhe S.; Fischereit J.; Gasser I. An agent-based modeling framework for simulating human exposure to environmental stresses in urban areas // Urban Sci. 2018. Vol. 2, iss. 36. DOI: 10.3390/urbansci2020036.
2. Lopez P. A., Behrisch M., Bieker-Walz L., Erdmann J., Flötteröd Y.-P., Hilbrich R., Lucken L., Rummel J., Wagner P., Wiessner E. Microscopic traffic simulation using SUMO" // IEEE Intell. Transp. Syst. Conf. (ITSC), 2018.
3. Grell G. A. et al. Fully coupled "chemistry" within the WRF model // Atmosph. Envir. Elsevier BV, 2005. Vol. 39, No. 37. P. 6957–6975. DOI: 10.1016/j.atmosenv.2005.04.027.

**Влияние различных типов растительного покрова на параметры атмосферного пограничного слоя в условиях городской окружающей среды**

М. С. Юдин

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

E-mail: m.yudin@ommgp.sgcc.ru

Численно исследуется влияние различных типов растительного покрова на параметры атмосферного пограничного слоя, в частности на температуру воздуха, с помощью математической модели, основанной на конечных элементах [1], ранняя версия модели [2]. Для многомерного моделирования применяется также конечно-разностный вариант модели. Температура на поверхности рассчитывается из баланса потоков энергии. В верхнем слое почвы решается уравнение теплопроводности, для решения которого в условиях сложной структуры строится схема повышенного порядка точности основанная на конечно-элементном методе Галеркина. Используется схема параметризации растительности, которая позволяет

учесть динамические и термодинамические эффекты с довольно грубым разрешением по пространственным переменным.

Работа выполнена в рамках государственного задания FWNM -2025-0003 ИВММГ СО РАН.

#### Список литературы

1. Yudin M. S., Numerical simulation of meteorological effects of deforestation using an atmospheric finite element model // Proc. SPIE 12780, 127806J (2023). <https://doi.org/10.1117/12.2690976>.
2. Yudin M. S., Wilderotter K. Simulating atmospheric flows in the vicinity of a water basin // Comput. Technol. 2006. Vol. 11. P. 128–134.

## СЕКЦИЯ 5

### Суперкомпьютерные вычисления и программирование

#### Подход к эффективной реализации численных алгоритмов

В. Н. Алеева

*Южноуральский государственный университет (НИУ)*

E-mail: aleevavn@susu.ru

Рассмотрен подход к проектированию эффективных программ для реализации численных алгоритмов, использующий авторскую концепцию Q-детерминанта, впервые изложенную в работе [1]. Разработанные с помощью подхода программы называются Q-эффективными. Они используют ресурс параллелизма алгоритмов полностью.

Показано, что любой численный алгоритм может быть реализован с помощью потенциально бесконечного множества Q-эффективных программ, имеющих различные вычислительные инфраструктуры - условия создания и выполнения программ. Доказано, что каждая из Q-эффективных программ, разработанных для численного алгоритма, является эффективной для своей вычислительной инфраструктуры среди программ, реализующих тот же алгоритм.

Приводится обзор численных алгоритмов, для которых разработаны Q-эффективные программы.

Список литературы

1. Алеева В. Н. Анализ параллельных численных алгоритмов / Препринт № 590. Новосибирск: ВЦ СО АН СССР. 1985. 23 с.

#### Алгоритм для параллельной спектральной кластеризации на GPU

А. Р. Герб, Г. А. Омарова

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

E-mail: a.gerb@alumni.nsu.ru

Работа посвящена анализу сетей и алгоритмам кластеризации. Основное внимание уделено представлению и исследованию параллельного алгоритма кластеризации, в котором акцентируется внимание на оптимизацию модульности [1, 2]. Модульность – это мера, которая оценивает качество разбиения сети на основе плотности связей внутри сообществ по сравнению со связями между сообществами.

Предлагается параллельный подход к кластеризации на основе модульности для повышения эффективности разбиения сетей на целостные модули. Алгоритм направлен на ускорение процесса кластеризации, особенно для крупномасштабных сетей, где традиционные последовательные алгоритмы достаточно трудоемки по ресурсам и времени. GPU может параллельно выполнять тысячи легких потоков и достигать более высокой общей скорости выполнения команд и пропускной способности памяти.

В работе рассматривается распараллеливание на основе спектральной кластеризации для обработки больших данных. Основным вкладом являются оптимизированные параллельные алгоритмы на графическом процессоре в формате CSR. Это позволяет добиться значительного повышения производительности, существенно снизить требования к объему памяти на графическом процессоре и сделать возможным последующие вычисления спектральной кластеризации.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (код проекта 0251-2022-0001).

## Список литературы

1. Fender A., Emad N., Petiton S., Naumov M. Parallel modularity clustering // Intern. Conf. on Comput. Science "ICCS 2017", June 12-14, 2017.
2. Naumov M., Moon T. Parallel spectral graph partitioning // Techn. Rep. NVR-2016-001. NVIDIA, 2016.

**Параллельная реализация лагранжевой дисперсионной стохастической модели переноса примеси на многопроцессорных вычислительных системах с общей или распределенной памятью**

Е. А. Каратаева, А. В. Старченко

*Национальный исследовательский Томский государственный университет*

E-mail: nebosolnze@gmail.com

Экологическая обстановка в городе напрямую зависит от количества загрязняющих примесей в атмосфере, выбрасываемых предприятиями, негативно влияющих на здоровье его жителей. Для моделирования их распространения разрабатывается лагранжева дисперсионная стохастическая модель, важным преимуществом которой является бессеточность, что позволяет получение точных результатов в окрестности источника, что важно, когда труба-источник находится прямо в населенном пункте. Модель использует атмосферные данные мезомасштабной модели прогноза погоды, учитывает турбулентные характеристики среды и начальный подъем нагретой примеси. В силу стохастичности модели, наиболее точные результаты достигаются при запуске большого количества частиц, то есть при большом объеме вычислений, что ведет к увеличению работы программы. Для ускорения расчетов применено распараллеливание программы на многопроцессорных вычислительных системах с общей или распределенной памятью, что позволяет в разы сократить время вычислений.

**Применение функционального программирования для переноса численных задач на графические ускорители CUDA**

М. М. Краснов<sup>1</sup>, О. Б. Феодоритова<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша РАН*

<sup>2</sup>*Институт прикладной математики РАН*

E-mail: kmm@kiam.ru

Современные графические ускорители (GPU) позволяют существенно ускорить выполнение численных задач. Однако перенос программ на графические ускорители является непростой задачей. Иногда перенос программ на такие ускорители осуществляется путем практически полного их переписывания (например, при использовании технологии OpenCL). При этом возникает непростая задача поддержки двух независимых исходных кодов. Однако, графические ускорители CUDA, благодаря разработанной компанией NVIDIA технологии, позволяют иметь единый исходный код как для обычных процессоров (CPU), так и для CUDA. Машинный код, генерируемый при компиляции этого единого текста, зависит от того, каким компилятором он компилируется (обычным, таким, как gcc, icc и msvc, или компилятором для CUDA, nvcc). Однако, в этом едином исходном коде нужно каким-то образом указать компилятору, какие части этого кода нужно распараллеливать на общей памяти. Для CPU это обычно делается с помощью OpenMP и специальных прагм компилятору. Для CUDA распараллеливание делается совершенно по-другому. Применение разработанной авторами библиотеки функционального программирования позволяет

скрыть использование того или иного механизма распараллеливания на общей памяти внутри библиотеки и сделать пользовательский исходный код полностью независимым от используемого вычислительного устройства (CPU или CUDA).

### **Со-дизайн Coarray Fortran кода для численного решения уравнений специальной релятивистской гидродинамики**

И. М. Куликов

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

E-mail: kulikov@ssd.sccc.ru

В докладе описан со-дизайн нового кода для моделирования астрофизических объектов в модели специальной релятивистской астрофизики. Для параллельной реализации используется технология Coarray Fortran. В ходе вычислительных экспериментов на суперЭВМ НКС-1П было достигнута 92 % эффективность при использовании 192 процессов (образов), что соответствует MPI кодам. Валидация кода была выполнена на задаче о взаимодействии ветра от активных ядер галактик с молекулярными облаками.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского научного фонда, грант № 23-11-00014.

### **Повышение эффективности численного моделирования сейсмических полей в вязкоупругих средах с использованием преобразования Лагерра на SMP системах**

А. Ф. Сапетина<sup>1</sup>, В. С. Захаров<sup>2</sup>, В. Н. Мартынов<sup>1</sup>

<sup>1</sup>*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

<sup>2</sup>*Новосибирский государственный университет*

E-mail: afsapetina@gmail.com

Для анализа данных, собираемых в ходе вибросейсмического мониторинга, необходимо изучать и разрабатывать эффективные численные методы для моделирования распространения волн в неоднородных средах [1]. При рассмотрении, например, вулканических сред с магматическими включениями следует учитывать высокий коэффициент вязкости различного вида магм. Учет механизмов поглощения упругой энергии в среде в рамках теории линейной вязкоупругости приводит к появлению интегральной свертки по времени в системе дифференциальных уравнений. Эффективным способом решения задачи вязкоупругости является спектральный метод Лагерра [2]. Выбор масштабного коэффициента преобразования позволяет контролировать число обусловленности матрицы СЛАУ, к которым сводится задача, для увеличения точности решения и ускорения сходимости итерационных методов.

В работе рассмотрены практические аспекты применения спектрального метода Лагерра для моделирования сейсмических полей в двумерных вязкоупругих средах. Разработаны критерии выбора параметров преобразования в зависимости от входных данных для сокращения времени расчетов без потери точности. Разработан параллельный алгоритм и его OpenMP реализация. Оптимизация шаблона доступа к памяти, устранение ветвлений и автовекторизация позволили достичь ускорения в несколько раз по сравнению с первоначальным "наивным" распараллеливанием.

Работа выполнена в рамках государственного задания ИВМиМГ СО РАН № 0251-2022-0005 с использованием ресурсов ЦКП Сибирский суперкомпьютерный центр.

## Список литературы

1. Glinskiy B. M., Kovalevsky V. V., Khairtdinov M. S., et al. The experimental study and simulation of volcanic structures using active vibroseismic methods // J. of Volcanol. and Seismol. 2022. Vol. 16(4). P. 280–298.
2. Конюх Г. В., Михайленко Б. Г., Михайлов А. А. Численное моделирование сейсмических полей в вязкоупругих средах на основе спектрального метода Лагерра // Матем. моделирование. 2001 Т. 13, № 2. С. 61–70.

**Эффективность параллельного решения двумерных краевых задач с двухсеточным предобусловливанием**

В. М. Свешников, А. Н. Козырев, В. Д. Корнеев

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

E-mail: victor@lapasrv.sccc.ru

Предложен и экспериментально исследован алгоритм решения краевых задач на квазиструктурированных сетках. В основе данного алгоритма лежит двухсеточное предобусловливание на макросетке, которая является элементом квазиструктурированной сетки. Привлекательной стороной рассматриваемого подхода является то, при этом нет необходимости построения специальных параллельных инструментов. Проведены серии численных экспериментов, результаты которых показывают явление сверхускорения расчетов при распараллеливании и предобусловливании, причем ускорение в 2.5 раза достигается только за счет предобусловливания без распараллеливания.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского научного фонда, грант № 23-21-00385, <https://rscf.ru/project/23-21-00385/>.

**Об архитектуре математического и программного обеспечения распределенной вычислительной системы на базе мобильных устройств**

И. С. Ульяничев

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

E-mail: ulyanichevis@mail.ru

В докладе будет изложена архитектура математического и программного обеспечения распределенной вычислительной системы с открытым программным кодом для смартфонов на базе ОС Android, объединенных в общую сетевую инфраструктуру. В основе распределенной вычислительной системы лежит модель программирования "единая программа – множество данных" (SPMD) и модель распределенных вычислений MapReduce. Такая модель распределенных вычислений наиболее предпочтительна при решении оптимизационных и обратных задач, когда множество допустимых наборов входных параметров достаточно велико. При этом сами задачи выполняются независимо, но требуют значительных временных затрат на решение каждой конкретной задачи, сопоставимых со "временем жизни" вычислительного узла [2]. В этом случае помимо масштабируемости важна целостность вычислительной системы, а сама система в общем случае является реконфигурируемой и гетерогенной. Предложенная архитектура позволяет учитывать реконфигурацию сети вычислительных устройств и строить гарантированную оценку масштабируемости для гетерогенных систем распределенных мобильных вычислений [1]. Достоверность построенной оценки масштабируемости была подтверждена экспериментально для небольшого числа мобильных устройств и теоретически с использованием апробированной имитационной модели для систем экзафлопсного класса [3].

Работа поддержана грантом Российского научного фонда 23-11-00014.

## Список литературы

1. Ежова Н. А., Соколинский Л. Б. Обзор моделей параллельных вычислений // Вестн. ЮУрГУ. Сер.: Вычислительная математика и информатика. 2019. Т. 8, № 3. С. 58–91. DOI: 10.14529/cmse190304.
2. Kulikov I. M., Chernykh I. G., Ulyanichev I. S., Tutukov A. V. Mathematical simulation of nuclear carbon burning in white dwarfs using a 7-isotope reaction network // J. Appl. and Indust. Math. 2022. Vol. 16. P. 440-448.
3. Ульяничев И. С., Винс Д. В. Архитектура распределенной вычислительной системы на базе мобильных устройств // Пробл. информ. 2024. № 1. С. 74–97.

**СЕКЦИЯ 6****Обратные задачи****Применение итерационного метода для численного решения обратной задачи томографии с использованием лабораторных измерений**

А. А. Афанасьева, А. В. Старченко

*Национальный исследовательский Томский государственный университет*

E-mail: afanaseva\_anyutka@inbox.ru

Электроимпедансная томография (ЭИТ), оценивающая неизвестное распределение коэффициента электрической проводимости внутри объекта на основе измерений тока и напряжения на контактных электродах, требует решения нелинейной обратной задачи [1]. В данной работе численное решение обратной задачи ЭИТ находится с использованием итерационного алгоритма Левенберга – Марквардта [2]. Алгоритм Левенберга – Марквардта является распространенным алгоритмом оптимизации и представляет собой комбинацию методов наискорейшего спуска и Ньютона. Этот алгоритм обеспечивает численное решение задачи минимизации (как правило, нелинейной) функции в пространстве изменения ее параметров.

Численные исследования проводились по открытым наборам [3] измерений силы тока и напряжения 2D электроимпедансной томографии. Численные решения обратных задач ЭИТ были получены для круга (плоского резервуара, наполненного физиологическим раствором) с различными вариантами размещения неоднородностей.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования РФ (соглашение № 075-02-2024-1437)

**Список литературы**

1. Borcea L. Electric impedance tomography. topical review // *Inverse Probl.* 2002. Vol. 18. P. R99–R136.
2. Somersalo E., Cheney M., Isaacson D. Existence and uniqueness for electrode models for electric current computed tomography // *SIAM J. Appl. Math.* 1992. Vol. 52. P. 1023–1040.
3. Hauptmann A., Kolehmainen V., Nguyet Minh Mach, Savolainen T., Seppanen A., Siltanen S. Open 2D electrical impedance tomography data archive // *Medical Phys.* 2017. P. 15.

**Прямые и обратные задачи для нестационарного кинетического уравнения переноса в P<sub>n</sub>-приближении**

К. С. Бобоев

*Сибирский университет потребительской кооперации*

E-mail: boboev@mail.ru

В докладе рассматривается вопрос об определении коэффициентов кинетического уравнения переноса излучения в конечных P<sub>n</sub>-приближениях. Доказаны локальная теорема существования и глобальная теорема единственности [1, 2]. Предложен конечно-разностный метод определения полного сечения и сечения рассеяния. Доказана сходимость предложенного разностного метода на основе обращения разностной схемы. Также рассматривается оптимизационный метод определения коэффициентов из исходного кинетического уравнения и P<sub>n</sub>-приближении метода сферических гармоник (МСГ).

## Список литературы

1. Романов В. Г., Кабанихин С. И., Бобоев К. Обратная задача для  $P_n$ -приближения кинетического уравнения переноса // ДАН СССР. 1984. Т. 276, № 2.

2. Бобоев К. С. Обоснование сходимости для конечно-разностного решения одной обратной задачи для  $P_n$ -приближения кинетического уравнения переноса // Труды Междунар. конф. "Вычислительная математика и математическая геофизика". Новосибирск: ИВМиМГ СО РАН, 2018. С. 68-71.

**Численное решение прямой и обратной задачи о колебаниях тонких деталей при вибрационных испытаниях**

А. В. Васюков, Е. А. Беклемышева, Д. А. Кравченко, С. А. Лавренков, И. Е. Смирнов  
*Московский физико-технический институт*

E-mail: vasyukov.av@mipt.ru

В работе рассматривается обратная задача идентификации упругих свойств материалов по данным вибрационных испытаний. Постановка задачи предполагает, что решение должно быть возможно получить за разумное время на одном компьютере с использованием современного многоядерного процессора или видеокарты. В этом случае солвер может быть использован в тесной связке со стендом для инженерных испытаний.

В рамках работы сделан выбор модели для прямой задачи, которая позволяет минимизировать вычислительные затраты, сохраняя при этом воспроизведение результатов эксперимента с хорошим качеством. Обратная задача формулируется в терминах минимизации функционала, решение вычисляется с помощью алгоритма стохастической глобальной оптимизации и алгоритма локальной оптимизации второго порядка. Локальный алгоритм использует автоматическое дифференцирование решения прямой задачи для вычисления градиента и Гессеана. В работе описан способ распараллеливания решения, а также подход к сокращению использования оперативной памяти. Данные алгоритмические оптимизации позволяют уместить решение в оперативной памяти одного компьютера или в видеопамети одной видеокарты.

Приведены результаты численных экспериментов для сложной реологии и геометрии: слоистые композитные пластины, материалы с частотно-зависимыми упругими модулями, перфорированные образцы.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (код проекта 22-11-00142).

**Численные методы для решения обратной задачи в области термоакустики**

А. К. Восербаяева<sup>1</sup>, С. Е. Касенов<sup>2</sup>, Ж. М. Бектемесов<sup>1</sup>

<sup>1</sup>*КазНУ им. Аль-Фараби, Алматы (Казахстан)*

<sup>2</sup>*Al-Farabi Kazakh National University*

E-mail: vusserbayeva@gmail.com

Оптимизационные методы численного решения обратных задач термоакустики играют важную роль в решении задач восстановления параметров источника теплового излучения по акустическим данным. В стационарных задачах, таких как задачи Лапласа, основной интерес заключается в определении пространственного распределения источника теплового излучения на основе акустических данных. С другой стороны, в нестационарных задачах, таких как задачи Коши, требуется восстановление временной дина-

мики источника. Представленные результаты исследования способствуют глубокому пониманию и оптимизации применения оптимизационных методов в области термоакустики, что в свою очередь улучшает точность и скорость восстановления параметров источника теплового излучения для различных практических приложений.

Используя модель невязкой жидкости и пренебрегая диффузионными потоками тепла, процесс распространения волн акустического давления  $u$  в среде можно описать следующим уравнением:

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial u}{\partial t} - \Delta u = \alpha(x, y) \frac{\beta}{c_p} \frac{\partial I}{\partial t}, \quad (x, y) \in \Omega, t \in R.$$

В задачах термоакустики длительность электромагнитного излучения очень мала, что позволяет задать  $I(t)$  в виде дельта-функции Дирака.

В работе рассматривается обратная задача определение начального условия. Построен алгоритм решения обратной задачи градиентным методом.

Список литературы

1. Kabanikhin S. I. Inverse and ill-posed problems: theory and applications. De Gruyter, 2011.

### **Высокоточные алгоритмы решения задачи рассеяния для уравнений Захарова – Шабата**

Н. И. Горбенко

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

Email: nikolay.gorbenko@sscc.ru

Предлагается новый численный метод решения обратной задачи рассеяния, основанный на решении системы уравнений Гельфанда – Левитана – Марченко. Существование и единственность для решения такой системы уравнений доказана.

Для аппроксимации интегралов используются квадратурные формулы вплоть до четвертого порядка точности. Результирующая система уравнений сводится к системе уравнений с неизвестными необходимыми для определения требуемого потенциала. Алгоритмы позволяют определять потенциал независимо в каждой точке из заданного интервала поиска, что позволяет использовать распараллеливание.

### **Линейные обратные задачи для трехмерного уравнения смешанного типа четвертого порядка**

С. З. Джамалов, Б. Б. Холхужаев

*Институт математики Академии наук Узбекистана*

E-mail: siroj63@mail.ru

В процессе исследования нелокальных задач была выявлена тесная взаимосвязь задач с нелокальными условиями и обратными задачами. Отметим, что интерес к исследованию обратных задач для уравнения математической физики обусловлен важностью их приложений в различных разделах механики, сейсмологии, медицинской томографии и геофизики. К настоящему времени достаточно хорошо изучены обратные задачи для уравнений параболического, эллиптического и гиперболического типов [1, 2]. Значительно менее изученными являются обратные задачи для неклассических уравнений математической физики, в частности для уравнений смешанного типа, как первого, так и второго рода, второго порядка. В работах А. Г. Меграбова [3] и К. Б. Сабитова [4], изучены обратные задачи для модельных уравнений смешанного типа второго порядка в плоскости. В работах [5, 6] изучены некоторые линейные обратные задачи для многомерного уравнения смешанного типа, как первого, так и второго рода, второго порядка в

пространствах Соболева, а для уравнения смешанного типа высокого порядка обратные задачи практические не исследованы. Частично восполнить данный пробел мы и попытаемся в рамках этой работы.

В данной работе предлагается новый метод, который позволяет доказать однозначное разрешимость решение некоторых линейных обратных задач для трехмерного уравнения смешанного типа второго рода четвертого порядка.

#### Список литературы

1. Лаврентьев М. М., Романов В. Г., Васильев В. Г. Многомерные обратные задачи для дифференциальных уравнений. Новосибирск: Наука; Сиб. отд-ние, 1969.
2. Кабанихин С. И. Обратные и некорректные задачи. Новосибирск: Сиб. науч. изд-во, 2009.
3. Megrabov A. G. Forward and inverse problems for hyperbolic, elliptic and mixed type equations. Utrecht; Boston: VSP, 2003.
4. Сабитов К. Б., Мартемьянова Н. В. Нелокальная обратная задача для уравнения смешанного типа. // Изв. вузов. Математика. 2011. № 2. С. 71–85.
5. Джамалов С. З., Ашуров Р. Р. Об одной линейной обратной задаче для многомерного уравнения смешанного типа второго рода, второго порядка // Диф. уравнения. 2019. Т. 55. № 1. С. 34–44.
6. Джамалов С. З., Ашуров Р. Р. Об одной линейной обратной задаче для многомерного уравнения смешанного типа первого рода, второго порядка // Изв. вузов. Математика. 2019. № 6. С. 1–12.

#### **Многопараметрическая тензорная оптимизация решения обратных задач в эпидемиологии и социальных процессах**

Т. А. Звонарева, О. И. Криворотько

*Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН*

E-mail: t.zvonareva@g.nsu.ru

Рассматриваются задачи определения источника в параболических уравнениях с нелинейной правой частью на основе дополнительной информации о диффузионном процессе в фиксированные моменты времени. Исходные задачи определения источника для диффузионно-логистической модели [1] и диффузионной модели SIR-типа (например, [2]) сводятся к задачам минимизации целевых функционалов. Для рассматриваемых задач применение природоподобных алгоритмов трудозатратно, и перспективным направлением является метод глобальной оптимизации тензорного проезда (ТТ). В методе функционал представляется в виде тензора и аппроксимируется тензорным проездом [3]. Будет продемонстрирована эффективность метода с точки зрения точности получаемого решения и вычислительных затрат. Метод ТТ был применен к задачам, возникающим при описании распространения эпидемий и информации в онлайн социальных сетях.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект № 23-71-10068).

#### Список литературы

1. Wang F., Wang H., Xu K., Wu J., Jia X. Characterizing information diffusion in online social networks with linear diffusive model // Proc. of ICDCS. 2013. P. 307-316.
2. Viguerie A., Veneziani A., Lorenzo G. et al. Diffusion-reaction compartmental models formulated in a continuum mechanics framework: Application to COVID-19, mathematical analysis, and numerical study // Comput. Mech. 2020. Vol. 66. P. 1131-1152.
3. Oseledets I. V. Tensor-train decomposition // SIAM J. Sci. Comput. 2011. Vol. 33, N. 5. P. 2295-2317.

**Применение физически-информированной нейронной сети для модельных задач гидрологии**

К. Б. Кошелев, С. В. Стрижак

*Институт системного программирования им. В. П. Иванникова РАН*

E-mail: strijhak@yandex.ru

При моделировании течений в реальных реках зачастую возникает ситуация недостатка требуемых эмпирических данных, таких как морфометрия, коэффициент шероховатости и другие. В этих условиях применение физически-информированной нейронной сети (PINN) могло бы восполнить недостаток этих данных путем решения обратной задачи. Рассматривается использование PINN для решения модельных задач для течения на участке реки по уравнениям Сен-Венана. Для оценки применимости PINN в данной работе рассматриваются случаи, допускающие аналитическое решение.

Решение прямой задачи предполагает расчет расхода и площади живого сечения реки при известных параметрах, а также заданных начальных условиях. Граничные условия включают в себя задание расхода во входном створе и площади живого сечения в выходном створе.

В данной работе для варьирования аналитического решения менялась только функция зависимости отметки дна по длине русла, в то время как русло полагалось прямоугольным каналом с постоянным коэффициентом шероховатости.

Решение задачи обеспечивалось применением полносвязанной нейронной сетью с 4 скрытыми слоями и 100 нейронами на каждом слое.

Для получения нетривиального решения оказалось обязательным масштабировать длину участка русла и временной интервал, так чтобы они оба находились в диапазоне  $[0;1]$ , правильно распределить веса для увеличения влияния начальных и граничных условий по сравнению с дифференциальными уравнениями на функцию потерь, увеличить количество итераций. После реализации этих условий применение PINN обеспечило высокую точность решения. Использование GPU привело к кардинальному сокращению времени обучения.

Обратная задача с использованием PINN для нахождения коэффициента шероховатости является следующим шагом в исследовании.

Работа выполнена в рамках государственного задания Института математики им. С. Л. Соболева СО РАН, проект FWNF-2024-0002 "Обратные некорректные задачи и машинное обучение в биологических, социально-экономических и экологических процессах".

**ИИ-алгоритмы численного решения и анализ обратных задач для комбинированных математических моделей в эпидемиологии**

О. И. Криворотко, Н. Ю. Зятьков, А. В. Неверов, С. И. Кабанихин

*Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН*

E-mail: krivorotko.olya@mail.ru

Математические модели распространения эпидемий описываются комбинацией моделей машинного обучения, дифференциальных и агентно-ориентированных моделей в зависимости от полноты используемых эпидемиологических и социально-экономических данных [1]. Помимо комбинации агентной [2] и SIR-моделей [3] для описания динамики COVID-19 в регионах РФ в работе предлагается использование моделей машинного обучения для построения краткосрочных сценариев развития. Так как временные ряды являются основной характеристикой используемых данных, то в качестве базовой модели машинного обучения построения детерминированных краткосрочных прогнозов распространения COVID-19 использовались рекуррентные нейронные сети [3]. Ввиду стохастичности эпидемического процесса в работе будет построена условная генеративно-состязательная нейронная сеть (CGAN), состоящая

из двух нейронных сетей: генератора и дискриминатора [4], и рассчитывающая доверительные интервалы сценариев развития эпидемии. В работе будут приведено сравнение сценариев распространения эпидемии COVID-19, полученных на основе построенных моделей.

Работа выполнена в рамках государственного задания ИМ СО РАН, проект FWNF-2024-0002.

Список литературы

1. Krivorotko O., Kabanikhin S. Artificial intelligence for COVID-19 spread modeling // J. Inverse Ill-Posed Probl. 2024. DOI: 10.1515/jiip-2024-0013.
2. Krivorotko O., Sosnovskaia M., Vashchenko I., Kerr C., Lesnic D. Agent-based modeling of COVID-19 outbreaks for New York state and UK: Parameter identification algorithm // Infectious Disease Modelling. 2022. Vol. 7. P. 30–44.
3. Криворотко О. И., Зятыков Н. Ю., Кабанихин С. И. Моделирование эпидемий: нейросеть на основе данных и SIR-модели // ЖВМиМФ. 2023. Т. 63, № 10. С. 1733–1746.
4. Vuletic M., Prenzel F., Cucuringu M. Fin-GAN: Forecasting and classifying financial timeseries via generative adversarial networks // Quantitative Finance. 2024. Vol. 24, iss. 2. P. 175–199.

#### **Численное решение коэффициентных обратных задач для уравнений диффузии – конвекции – реакции при помощи метода PINN**

К. С. Кузнецов<sup>1</sup>, Е. В. Амосова<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Дальневосточный федеральный университет

<sup>2</sup>Институт прикладной математики ДВО РАН

E-mail: kuznetsovks17@gmail.com

В работе рассматривается решение обратной задачи восстановления коэффициентов для двумерных систем уравнений диффузии – конвекции – реакции по наблюдениям внутри области. Рассматриваются случаи восстановления постоянных коэффициентов, коэффициентов в виде пространственных функций, а также нелинейных коэффициентов, зависящих от решения системы.

Для решения прямой задачи в случае отсутствия нелинейности используется метод конечных элементов и программное обеспечение FreeFem++. Из решения прямой задачи случайным образом выбираются точки внутри области, которые далее используются как дополнительная информация при решении обратных задач.

Для решения нелинейных прямых, а также всех обратных задач используется метод PINN (Physics Informed Neural Networks), заключающийся в аппроксимации неизвестных нейронными сетями путем минимизации соответствующего задаче квадратичного функционала, включающего в себя слагаемые для невязки уравнений, граничных условий, начальных условий (в случае зависимости от времени), а также слагаемое с дополнительной информацией в случае обратной задачи.

#### **Метод улучшения числа обусловленности матрицы обратной задачи и его применения в геофизике**

А. С. Леонов<sup>1</sup>, А. Г. Ягола<sup>2</sup>, Д. В. Лукьяненко<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Национальный исследовательский ядерный университет "МИФИ"

<sup>2</sup>Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова

E-mail: asleonov@mephi.ru

Предлагается новый метод устойчивого решения систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) с плохо обусловленной или вырожденной матрицей (алгоритм МПМУ). Метод основан на улучшении

(уменьшении) числа обусловленности исходной матрицы путем ее варьирования в некоторых пределах, определяемых погрешностью данных СЛАУ. В алгоритме используется метод минимальной псевдообратной матрицы (МПМ) [1]. Алгоритм теоретически обоснован и апробирован на модельных обратных задачах грави- и магниторазведки полезных ископаемых. С помощью алгоритма МПМУ проведена раздельная и совместная обработка широко известных экспериментальных данных [2] грави- и магниторазведки по Курской магнитной аномалии.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (код проекта 23-41-00002).

#### Список литературы

1. Тихонов А. Н., Леонов А. С., Ягола А. Г. Нелинейные некорректные задачи. М.: Наука, 1995; Курс, 2017.
2. <https://bgi.obs-mip.fr/data-products/grids-and-models/wgm2012-global-model>.

#### **Задача идентификации химического состава неизвестного вещества**

В. Г. Назаров

*Институт прикладной математики ДВО РАН*

E-mail: naz@iam.dvo.ru

Рассматривается задача идентификации химического состава однородной среды на основе имеющихся приблизительных данных о значениях коэффициента ослабления рентгеновского излучения в этой среде для конечного набора энергий. Предполагалось, что среда является одним из веществ, входящим в заранее заданный конечный список  $S$  известных веществ. Для каждого вещества этого списка известны точные значения коэффициента ослабления для всех энергий из заранее заданного конечного набора энергий  $E_1, \dots, E_N$  из промежутка 1 КэВ – 20 МэВ. Имеющиеся данные о коэффициентах ослабления неизвестной среды известны с заданной погрешностью. На первом этапе решения задачи изучаются метрические характеристики списка  $S$ . Далее для каждой энергии  $E_k$  строится множество веществ близких по значению коэффициента ослабления к веществу неизвестной среды. Затем из полученного семейства множеств выбирается вещество, наиболее подходящее в качестве решения задачи идентификации. Постановка задачи считается обоснованной в проблемах таможенного контроля и в медицинской томографии. Рассмотрен вопрос о единственности решения задачи идентификации. Приведены примеры расчетов для набора конкретных веществ с использованием некоторых результатов выполненных исследований [1].

Работа выполнена в рамках государственного задания ИПМ ДВО РАН (№ 075-00459-24-00).

#### Список литературы

1. Vasily G. Nazarov, Igor V. Prokhorov and Ivan P. Yarovenko. Identification of an unknown substance by the methods of multi-energy pulse X-ray tomography // Math. 2023. Vol. 11. 3263. <https://doi.org/10.3390/math11153263>. Academic Editor: Simeon Reich.

#### **Оценка важности социально-экономических параметров при моделировании эпидемиологического процесса**

А. В. Неверов, О. И. Криворотько

*Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН*

E-mail: a.neverov@g.nsu.ru

Социальные и экономические характеристики общества связаны с состоянием здоровья людей и с процессом распространения эпидемий [1]. Отслеживание подобных параметров по каждому пациенту не

представляется возможным, поэтому при построении моделей распространения и динамики медленных эпидемиологических процессов, использование подобных параметров возможно лишь в усредненном статистическом виде.

Мы рассматриваем подход выделения важных с точки зрения чувствительности модели социально-экономических параметров, тем самым упрощая модель и отказываясь от избыточной или лишней информации, а также проверяя оценку эксперта о влиянии тех или иных параметров на эпидемиологическую ситуацию. В основе предлагаемого метода лежит подход анализа компонент вектора Шепли [2], дающего представление о вкладе параметров в результат моделирования, что так же улучшает интерпретируемость модели. В работе будут приведены результаты анализа чувствительности социально-экономических параметров на динамику ко-инфекции туберкулеза и ВИЧ в Тульской области РФ.

Работа выполнена в рамках государственного задания Института математики им. С. Л. Соболева СО РАН, проект FWNF-2024-0002 "Обратные некорректные задачи и машинное обучение в биологических, социально-экономических и экологических процессах".

#### Список литературы

1. Contoyannis P., Jones A. M. Socio-economic status, health and lifestyle // J. of Health Economics. 2004. Vol. 23. P. 965-995.
2. Lundberg S., Lee S. A unified approach to interpreting model predictions // Adv. Neural Inf. Process. Syst. 2017. Vol. 30. P. 4768–4777.

#### **Исследование краевых артефактов на изображениях опухолевых очагов, возникающих при реконструкции методом OSEM в эмиссионной томографии**

А. В. Нестерова<sup>1</sup>, П. С. Рузанкин<sup>1</sup>, Н. В. Денисова<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН

<sup>2</sup>Институт теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича СО РАН

E-mail: a.nesterova@g.nsu.ru

В современной медицинской эмиссионной томографии широко применяется статистический алгоритм OSEM (Ordered Subset Expectation Maximization), основанный на решении обратной некорректной задачи реконструкции изображений по пуассоновским данным. Для получения точной количественной реконструкции необходимо, чтобы системная матрица алгоритма OSEM включала функцию рассеяния точки (ФРТ). Однако при использовании OSEM с учетом ФРТ на изображениях опухолевых очагов появляются краевые артефакты [1]. Несмотря на широкое применение в клинической практике метода ОФЭКТ/КТ, включающего обработку измеренных данных алгоритмом OSEM, природа этих артефактов остается недостаточно изученной.

Цель работы — изучение поведения алгоритма OSEM с учетом ФРТ при реконструкции ступенчатых функций, имитирующих опухолевые очаги разных размеров. Для этого выполнено математическое моделирование реконструкции изображений в упрощенном одномерном случае, а также в трехмерном, приближенном к клиническим условиям. Полученные результаты показали, что краевые артефакты возникают уже на первых итерациях и алгоритм OSEM сохраняет их на протяжении большого числа итераций. Проанализирована причина устойчивого сохранения краевых артефактов в итерационном процессе.

Работа выполнена в рамках государственного задания Института математики им. С.Л. Соболева СО РАН, проект FWNF-2024-0002 "Обратные некорректные задачи и машинное обучение в биологических, социально-экономических и экологических процессах".

## Список литературы

1. Nuyts J. Unconstrained image reconstruction with resolution modelling does not have a unique solution. *EJNMMI Phys.* 2014 Dec;1(1):98. doi: 10.1186/s40658-014-0098-4. Epub 2014 Nov 30. PMID: 26501456; PMCID: PMC4545809.

**Оценка параметров подъема дымовых шлейфов от труб ТЭЦ по спутниковым наблюдениям**

В. Ф. Рапута, А. А. Леженин, Р. А. Кузьминых

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

E-mail: raputa@sscc.ru

Визуальные наблюдения дымовых шлейфов от высотных труб тепловых станций создают возможности для исследования процессов распространения примесей в атмосфере и численного изучения активной и пассивной стадий переноса [1]. Для этих целей перспективно использовать снимки из космоса [2].

В докладе обсуждаются методы оценивания характеристик подъема дымовых смесей по спутниковой и аэрологической информации. В качестве базовых соотношений используются уравнения гидротермодинамики атмосферы, позволяющие в достаточно общей постановке проводить численное определение параметров шлейфов. Отдельно рассмотрен случай нейтральной температурной стратификации атмосферы. В таких условиях имеет место аналитические представления температуры и вертикальной скорости дымовых смесей. Уровень соответствия рассчитанных и наблюдаемых скоростей подъема устанавливается с помощью многоэтапной процедуры, включающей анализ спутниковых снимков дымовых шлейфов и их теней на земную поверхность, построение траекторий подъема [3], использование аэрологических данных.

Апробация предложенного подхода проведена на высотных трубах Ново-Иркутской ТЭЦ и Гусино-озерской ГРЭС, расположенных на Байкальской природной территории. Выполнены оценки характеристик подъема дымовых шлейфов.

Работа выполнена в рамках гранта № 075-15-2024-533 Министерства науки и высшего образования РФ.

## Список литературы

1. Мирсалихов К. М., Грибков А. М., Чичирова Н. Д. Аналитический обзор методик выбора оптимальных параметров дымовых труб // Пробл. энергетики. 2021. Т. 23. № 1. С. 131–145.

2. Балтер Б. М., Балтер Д. Б., Егоров В. В., Стальная М. В. Использование данных ИСЗ Landsat для определения концентрации загрязнителей в шлейфах от продувки газовых скважин на основании модели источника // Исследование Земли из космоса. 2014. № 2. С. 55–66.

3. Амикишиева Р. А., Рапута В. Ф., Леженин А. А. Оценивание траекторий подъема дымовых смесей от высотных труб по спутниковой информации // Выч. технол. 2023. Т. 28, № 6. С. 6–16.

**Выбор параметра регуляризации оценки ошибок численно-символьных математических моделей технических систем с возмущениями**

А. Н. Роголёв

*Институт вычислительного моделирования СО РАН*

E-mail: rogalov@icm.krasn.ru

В работе исследуются алгоритмы оценки ошибок численно-символьных моделей технических систем, описываемых системами обыкновенных дифференциальных уравнений с возмущениями. Сложность заключается в том, что очень часто имеет место сильный рост границ ошибок численных решений, отсутствует дополнительная априорная информация о точном решении [1].

Рихтмайер ранее заметил, что "все разностные схемы некорректны в определенном смысле: при  $h \rightarrow 0$  необходимо неограниченно увеличивать размерность сетки". Это означает, что для большей части методов оценивания ошибки величина ошибки численного решения растет, хотя результаты расчетов часто оказываются более оптимистичными. В силу этого анализ ошибок численных решений является некорректно поставленной задачей. Регуляризация оператора решаемой задачи, заключающаяся в замене исходной системы на системы более простого вида, помогает получить более точные оценки ошибок. В докладах А. Н. Роголёва на конференциях МНЧ ранее описывалась обратная задача для систем ОДУ восстановления характеристик системы по информации о количественных характеристиках траектории этой системы. В докладе предлагается выбор параметра регуляризации оценки ошибок математических моделей технических систем. Регуляризация существенно упрощает построение достаточно точных оценок погрешности и устраняет эффект сильного роста оценок ошибок численных решений.

Список литературы

1. Rogalev A. N., Feodorova N A. Regularization of algorithms for estimation of errors of differential equations approximate solutions // J. of Physics: Conf. Ser. 2020. "Marchuk Scientific Readings 2020" (MSR-2020). Vol. 1715. 012044.

### **Обратная задача для нелинейного гиперболического уравнения**

В. Г. Романов, Т. В. Бугуева

*Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН*

E-mail: romanov0511@gmail.com

Для гиперболического уравнения второго порядка с неоднородностью  $|u|^{m-1}u$ ,  $m > 1$ , исследованы прямая и одномерная обратная задачи. Обратная задача посвящена определению коэффициента при неоднородности. В качестве дополнительной информации задается след при  $x = 0$  производной по переменной  $x$  решения прямой начально-краевой задачи на конечном отрезке. Найдены условия однозначной разрешимости прямой задачи. Для обратной задачи установлена теорема о локальном существовании единственного решения задачи и найдена оценка устойчивости ее решения. Теоремы для прямой и обратной задач являются новыми в теории обратных задач.

Работа выполнена в рамках государственного задания ИМ СО РАН (проект FWNF 2022-0009).

### **Применение градиентного метода для обратной граничной задачи уравнения Гельмгольца**

А. Сарсенбаева<sup>1</sup>, С. Е. Касенов<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*Южно-Казахстанский государственный университет им. М. О. Ауэзова*

<sup>2</sup>*Al-Farabi Kazakh National University*

E-mail: sarsenbaeva\_82@bk.ru

Настоящая работа посвящена решению задачи продолжения для уравнения Гельмгольца, путем сведения к задаче оптимизации в гильбертовом пространстве с дальнейшим применением методов оптимизации первого порядка, то есть методом, использующим лишь значения функции и ее градиента [1, 2].

Рассмотрим начально-краевую задачу для уравнения Гельмгольца в области  $\Omega = (0,1) \times (0,\pi)$ :

$$u_{xx} + u_{yy} + k^2 u = 0, (x, y) \in \Omega,$$

$$u_x(0, y) = 0, y \in [0, \pi],$$

$$u(0, y) = f(y), y \in [0, \pi],$$

$$u(x, 0) = u(x, \pi) = 0, x \in [0, 1],$$

где  $k$  – заданная константа. Требуется найти функцию  $u(x, y)$  в области  $\Omega$  по данным  $f(y)$ .

Рассмотрено численное решение данной обратной задачи с применением градиентных методов [3]. Прямая задача была решена методом релаксации, обратная задача для уравнения Гельмгольца методом Нестерова.

#### Список литературы

1. Isakov V. Inverse problems for partial differential equations // Appl. Mathematical Sci. 1998. Vol. 127.
2. Кабанихин С. И. Обратные и некорректные задачи. Новосибирск: Сиб. науч. изд-во, 2009. 456 с.
3. Marin L, Elliott L, Heggs PJ, et al. Conjugate gradient-boundary element solution to the Cauchy problem for Helmholtz-type equations // Comput. Mech. 2003. Vol. 31, iss. 3–4. P. 367–377.

#### **Экономичный алгоритм решения задачи продолжения для уравнения теплопроводности**

С. Б. Сорокин

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

E-mail: sorokin@sscc.ru

Теплометрические задачи распространены при моделировании тепловых режимов в различных технологических процессах, связанных с нагревом и охлаждением изделий. Экспериментальные методы изучения теплообменных процессов, в ряде случаев, слишком дороги или технически невозможны. Поэтому проведение математического моделирования зачастую является единственной возможностью получения необходимых характеристик изделия. Важную часть математических моделей задач теплообмена составляет научное направление, основанное на теории обратных задач.

Одной из классических обратных задач теплопроводности является граничная задача, заключающаяся в нахождении функций, входящих в граничные условия. Она возникает, когда граничные условия известны не полностью, например, часть границы недоступна для непосредственного измерения. Для определения этих граничных условий на границе тела не доступной для измерений обычно задаются дополнительные граничные условия (производятся измерения) на доступной части границы. Математической моделью, описывающей такую практическую задачу, является задача Коши (задача продолжения) для уравнения теплопроводности, которую можно свести к обратной задаче.

Для численного решения обратной задачи применяется неявная разностная схема. На каждом временном шаге для разностного аналога эллиптического уравнения экономичным прямым методом вычисляется поток тепла на недоступной границе.

Предложенный алгоритм может применяться при создании приборов способных в реальном масштабе времени определять поток тепла на недоступных для измерения частях неоднородных конструкций. Например, для определения потока тепла на внутреннем радиусе трубы, выполненной из различных материалов.

**Задачи оптимального управления квазистационарными электромагнитными полями**

А. А. Тюхтина, А. В. Калинин

*Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского*

E-mail: kalinmm@yandex.ru

Иерархия квазистационарных приближений для системы уравнений Максвелла, обусловленная характерными значениями проводимости и пространственно-временных масштабов [1–3], включает квазистационарное магнитное приближение [4], применимое в средах с достаточно высокой проводимостью, квазистационарное электрическое приближение [5], используемое в слабопроводящих средах, и обобщающее их квазистационарное электромагнитное приближение [6], которое может применяться в реальных неоднородных средах при наличии в пространственной области слабопроводящих и сильнопроводящих подобластей.

В настоящей работе исследуются задачи оптимального управления системами дифференциальных уравнений, описывающих квазистационарные электромагнитные поля в неоднородных средах. Обсуждается связь поставленных задач управления с обратными задачами определения источников и начальных данных при различных вариантах задания измерения физических полей для системы уравнений Максвелла в квазистационарных приближениях в неоднородных средах.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-21-00440, <https://rscf.ru/project/23-21-00440/>.

**Список литературы**

1. Толмачев В. В., Головин А. М., Потапов В. С. Термодинамика и электродинамика сплошной среды. М.: Изд-во МГУ, 1988.
2. Kruger S. E. The three quasistatic limits of the Maxwell equations // arXiv:1909.11264, 2019.
3. Kalinin A. V., Tyukhtina A. A. Hierarchy of Models of Quasi-stationary Electromagnetic Fields // MMST 2020. Revised Selected Papers. CCIS, Vol. 1413. Springer, 2021. P. 77–92.
4. Галанин М. П., Попов Ю. П. Квазистационарные электромагнитные поля в неоднородных средах. М.: Физматлит, 1995.
5. Kalinin A. V., Slyunyaev N. N. Initial-boundary value problems for the equations of the global atmospheric electric circuit // J. Math. Analysis Appl. 2017. Vol. 450. No. 1. P. 112–136.
6. Калинин А. В., Тюхтина А. А. Приближение Дарвина для системы уравнений Максвелла в неоднородных проводящих средах // ЖВМ и МФ. 2020. Т. 60, № 8. С. 121–134.

**Байесовский подход к методу точек перегиба**Д. В. Чурбанов<sup>1,2</sup>, Р. Л. Аргун<sup>2</sup>, А. В. Горбачев<sup>2</sup><sup>1</sup>*Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова*<sup>2</sup>*Московский физико-технический институт*

E-mail: dmitriychurbanov@gmail.com

Развитие регуляризирующих методов тесно связано с более совершенным и гибким учетом используемых различных а priori ограничений. В качестве такой а priori информации можно брать как положительность самой функции на заданных интервалах, так и ее производной первого или больших порядков, так и комбинацию данных условий. Базовую теорию и численную реализацию данных методов можно найти в работе [1], развития данного подхода можно найти в работах [2, 3]. В то же время, данная методика имеет ряд ограничений, затрудняющий применение его к многомерным и нелинейным задачам.

Предлагается модификация данного метода с учетом байесовского формализма, что, с одной стороны, придает регуляризующие свойства, с другой, позволяет эффективно расширить данный метод на многомерный и нелинейный случай.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (код проекта 23-41-00002).

#### Список литературы

1. Тихонов А. Н., Гончарский А. В., Степанов В. В., Ягола А. Г. Численные методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1990.
2. Титаренко В. Н., Ягола А. Г. Равномерное приближение к точному решению некорректных задач на множестве монотонных функций. // Вестн. Московского университета. Сер. 3: Физика. Астрономия. 2001. Т. 6. С. 25–27.
3. Wang Y. F., Zhang Y., Lukyanenko D. V., Yagola A. G. Recovering aerosol particle size distribution function on the set of bounded piecewise-convex functions // Inverse Probl. in Sci. and Engin. 2013. Vol. 21, No. 2. P. 339–354.

#### **Алгоритм томографической инверсии времен пробега сейсмических волн и их производных с использованием лучевой асимптотики уравнения двойного корня**

Н. Н. Шилов

Новосибирский государственный университет

E-mail: n.shilov@g.nsu.ru

Среди методов сейсмической томографии выделяется семейство алгоритмов, принимающих на вход не только времена пробега сейсмических волн, но и их производные по координатам источников и приёмников [1]. В докладе представлен алгоритм этой группы, основанный на авторской асимптотике особой аппроксимации волнового уравнения [2]. Предлагаемый подход является развитием идей метода регулируемого направленного приёма (РНП) [3] и добавляет к нему эффективный алгоритм расчёта градиента целевого функционала. При этом, в отличие от родственного метода стереотомографии [1], в нём сохраняется сравнительно низкая размерность пространства решений обратной задачи.

Представленный в докладе метод публикуется не впервые [4]. Научная новизна доклада заключается в реализации приближённого учёта ошибок измерений, которая не предусматривалась в методе РНП [1]. Метод тестируется на двух синтетических наборах данных [5, 6], на которых демонстрируется успешная работа метода в благоприятных условиях и его ограничения в сложных геологических моделях.

#### Список литературы

1. Lambaré G. Stereotomography // Geophysics. 2008. Vol. 73, № 5. P. VE25–VE34.
2. Shilov N.N., Duchkov A.A. Asymptotic Ray Method for the Double Square Root Equation // J. Mar. Sci. Eng. 2024. Vol. 12, № 4.
3. Sword C.H. Tomographic Determination of Interval Velocities from Reflection Seismic Data: The Method of Controlled Directional Reception. Stanford University, 1987.
4. Шилов Н.Н., Дучков А.А. Миграционный скоростной анализ по лучевой асимптотике уравнения двойного корня // Сибирский журнал промышленной математики. 2024. Т. 27, № 1. С. 108–127.
5. Billette F. et al. Practical aspects and applications of 2D stereotomography // Geophysics. 2003. Vol. 68, № 3. P. 1008–1021.
6. Brougois A. et al. Marmousi, model and data // EAEG Workshop - Practical Aspects of Seismic Data Inversion. European Association of Geoscientists & Engineers, 1990.

## СЕКЦИЯ 7

### Информационные и вычислительные системы

#### О реализации QR-разложения на трехмерном систолическом массиве

В. Н. Бабенко<sup>1</sup>, А. П. Невечеря<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*Краснодарское высшее военное училище*

<sup>2</sup>*Кубанский государственный университет*

E-mail: rnibvd@mail.ru

Систолические массивы (СМ) – одно из наиболее эффективных средств повышения производительности вычислительных систем. В работе рассматриваются вопросы применения СМ для приведения матрицы системы к треугольному виду, основанного на QR-разложении матриц с помощью ортогональных преобразований вращений. В СМ в качестве функциональных устройств применяются конвейеризированные устройства вращения вектора. В работе представлено описание конфигурации предлагаемого СМ, а также дается описание его функционирования (маршрутизация и расписание движения данных) и технических характеристик. Представлена величина, характеризующая продолжительность выполнения процедуры прямого хода решения систем линейных уравнений. Показано, что производительность предлагаемого СМ после его заполнения составляет  $(N+3)N/3$  слов за такт, где  $N$  – порядок матрицы системы, при этом продолжительность такта равна продолжительности выполнения операции сложения.

Разработанный СМ должен найти применение в системах реального времени с жесткими требованиями ко времени реакции, в которых формируются интенсивные потоки данных для решения систем линейных уравнений.

Для вычисления решения СЛАУ большой размерности с разреженными матрицами обычно прибегают к проекционным итерационным методам. В рамках этих методов интенсивно формируется множество СЛАУ малой размерности с плотными матрицами, решения которых определяют поправки последовательности приближенных решений исходной системы. Разработанные СМ, реализуемые на реконфигурируемых ПЛИСах (программируемых логических интегральных схемах) могут найти эффективное применение для решения указанных СЛАУ малой размерности.

Представленные СМ осуществляют QR-разложение матриц с помощью ортогональных преобразований вращений, которое представляет собой метод трансформационного типа, тем самым обеспечивая устойчивость реализуемому вычислительному процессу.

#### Использование анализа структурной надежности для оценки важности элементов систем энергетики

Г. К. Данилов

*Институт систем энергетики им. Мелентьева*

E-mail: dangleb@isem.irk.ru

Под живучестью системы энергетики (СЭ) понимается свойство системы энергетики противостоять крупным возмущениям в экстремальных ситуациях, не допуская каскадного развития аварий с массовым нарушением энергоснабжения потребителей. Традиционно исследования живучести строятся на анализе функциональных показателей производительности СЭ, но для более полного исследования живучести также необходимо рассматривать структурные показатели производительности, так как на развитие каскадных аварий и восстановление производительности СЭ влияет ее структура. В связи с этим было принято решения обратиться к методам структурной надежности сетей, как показатель производительности СЭ.

Существует несколько способов измерения падения структурной производительности системы при крупных возмущениях. В зависимости от того, какие свойства графа используются для оценки важности элементов, можно выделить следующие группы структурных методов оценки надежности: 1) потеря связности сети; 2) изменение топологической эффективности сети; 3) степень посредничества.

Каждый из этих подходов имеет свои преимущества и недостатки, и наиболее подходящий подход для конкретной проблемы может зависеть от размера сети и характера исследуемой проблемы. Указаны принципы моделирования сети для разделение явного модели структурную и функциональную часть. Проведены эксперименты на агрегированной модели газотранспорта для определения важных элементов сети, с помощью методов анализа структурной надежности.

В дальнейшем будет принят ряд задач по оптимизации и агрегации больших трубопроводных сетей для дальнейшей проверки работы методов в исследованиях живучести СЭ.

### **Алгоритмы графовой редукции в моделях химической кинетики**

Е. Е. Девярых<sup>1</sup>, А. Р. Герб<sup>2</sup>, Г. А. Омарова<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Новосибирский государственный университет

<sup>2</sup>Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН

E-mail: dev.e12.egor@gmail.com

Изучение детализированных химических кинетических моделей в моделировании затруднено из-за больших вычислительных затрат, связанных с химической жесткостью и размером модели. Проблему можно решить, удалив несущественные вещества и реакции из модели, тем самым уменьшив размер системы. Правильно разработанные алгоритмы сокращения могут значительно уменьшить вычислительные и временные затраты, сохраняя достаточную точность моделей. Применение теории графов является одним из способов скелетного сокращения. Вещества представляются как вершины графа, а реакции множеством ребер. Исследуя граф от заданных целевых веществ с применением выбранных алгоритмов определяются вещества, которые можно удалить без ущерба.

Работа посвящена исследованию и анализу графовых алгоритмов редукции в моделях химической кинетики. Проведено сравнительное исследование собственных алгоритмов с программным пакетом ruMARS на основе поддерживаемых методов DRG, DRGEP, PFA [1, 2, 3].

Исследование выполнено в рамках научной программы Национального центра физики и математики, проект "Математическое моделирование на супер-ЭВМ экса- и зеттафлопсной производительности".

#### Список литературы

1. Lu T., Law C. K. A directed relation graph method for mechanism reduction // Proc. of the Combustion Institute. 2005. Vol. 30, iss. 1. P. 13331341. DOI: 10.1016/j.proci.2004.08.145.
2. Niemeyer K. E., Sung C.-J. On the importance of graph search algorithms for DRGEP-based mechanism reduction methods // Combustion and Flame. 2011. Vol. 158, iss. 8. P. 14391443.
3. Sun W., Chen Z., Gou X., Ju Y. A path UX analysis method for the reduction of detailed chemical kinetic mechanisms // Combustion and Flame. 2010. Vol. 157, No 7. P. 12981307.

**Применение адаптивной цифровой фильтрации в процессе получения полезного сигнала в геофизической аппаратуре электромагнитных зондирований**

П. А. Соколов, А. К. Манштейн

*Институт нефтегазовой геологии и геофизики СО РАН*

E-mail: sokolovpa@ipgg.sbras.ru

Исследование относится к электромагнитным индукционным зондированиям. Актуальность обуславливается малым подавлением электромагнитного поля генератора, а также эффектом занижения полезного сигнала в существующей аппаратуре и увеличением стоимости конструкторских решений для подавления сигнала прямого поля. Вычитание сигнала от генератора в приемнике происходит в блоке фильтрации с использованием многоканального адаптивного RLS-алгоритма. Определяя весовые коэффициенты при минимизации невязки целевой функции, характеризующей разность между измеренным и моделируемым сигналами с приемной катушки, формируется симплекс по полученным значениям коэффициентов в соответствии с методом Нелдера – Мида. Использование метода поиска безусловного минимума в комплексе с RLS-алгоритмом является причиной того, что адаптивные фильтры могут находить минимум целевой функции в некоторой окрестности. После нахождения минимума целевой функции в алгоритме фильтрации рассчитывается процентная оценка наличия сигнала прямого поля в регистрируемых данных, после чего вычисляется амплитуда и фаза полезного сигнала на основе весовых коэффициентов. Основными компонентами устройства являются: генераторная катушка, генератор гармонических сигналов, датчик тока, установленный внутри генераторной катушки и дающий информацию о прямом поле, а также одна приемная катушка. Сигналы от катушек через соответствующие цепи, имеющие полосовой фильтр и аналого-цифровой преобразователь, соединены с блоком фильтрации, где амплитуда и фаза полезного сигнала вычисляются согласно алгоритму фильтрации описанного ранее в тексте. Эффективность, характеризующая результат выполненных работ, проявляется в повышении надежности выделения полезного сигнала, путем увеличения чувствительности аппаратуры, применяя цифровую фильтрацию для подавления прямого поля, и упрощение конструкции геофизической аппаратуры.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Программы фундаментальных научных исследований № FWZZ-2022-0025.

**Информационный научно-образовательный ресурс на основе семантического тезауруса**

О. А. Федотова, В. Б. Барахнин

*Федеральный исследовательский центр информационных и вычислительных технологий*

E-mail: o4f8@mail.ru

Одной из важнейших задач поддержки научно-образовательной деятельности является создание специализированных информационных научно-образовательных ресурсов, которые организованы в виде электронных (цифровых) библиотек (ЭБ), предназначенных для хранения и систематизации информации, организации доступа и предоставления механизмов использования информации в научной деятельности.

Доклад посвящен описанию информационной системы для поддержки научных исследований, организованной в виде электронной библиотеки. В рамках данного подхода электронные библиотеки рассматриваются как отдельная конкретная технология работы с цифровой информацией, образующая особый класс информационных систем, предназначенных для управления информационными ресурсами. Описываются архитектура информационной системы, принципы интеграции с цифровым репозиторием,

работа со словарями, которые используются для систематизации и классификации информационных ресурсов и моделирования связей между ними. Представлены основные коллекции электронной библиотеки, тезаурус по информационным технологиям, а также возможности работы с ними.

Разработанная модель информационной системы была реализована в виде Системы управления электронными библиотеками (СУЭБ), созданной и эксплуатируемой в ФИЦ ИВТ. С использованием предложенных технологий и тезауруса реализованы электронные учебные пособия по курсам "Современные проблемы информатики и вычислительной техники", "Вычислительные системы", "Информатика", введенные в обучение студентов ФИТ НГУ.

### **Автоматизация управления сбором, хранение и контроля Big Data в задачах геоакустики**

А. В. Хрыпченко

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

E-mail: ahrypchenko@yandex.ru

В настоящее время, управление большим объемом данных стало одним из важных аспектов в различных областях науки и технологий. С постоянным увеличением количества информации, ее разнообразием и сложностью, возникает необходимость в эффективной системе управления базами данных (СУБД). Эффективное управление базой данных позволяет хранить, организовывать, обрабатывать и анализировать данные с высокой скоростью и точностью.

В работе будут рассмотрены основные принципы работы СУБД в задачах геоакустики, а также методы и подходы к проектированию и разработке системы управления базой данных. Будет рассмотрена роль языка структурированных запросов SQL в создании и управлении базы данных, а также принципы работы распределенных баз.

Также в работе обсуждается вопрос о выборе наиболее подходящей СУБД для геоакустических задач. Рассматриваются основные характеристики, такие как производительность, масштабируемость, надежность и безопасность, и их роль в выборе подходящей системы.

Технологические аспекты разработки и внедрения базы данных также будут обсуждаться в данной работе. Описываются основные этапы процесса разработки СУБД, включая проектирование базы данных.

Практические аспекты внедрения базы данных в реальные системы также являются важной темой статьи. Будут рассмотрены проблемы и решения, связанные с миграцией данных, управлением изменениями, резервным копированием и восстановлением данных, а также безопасностью базы данных.

Геоакустические данные – информация, получаемая при помощи геоакустических методов и технологий. Геоакустические данные имеют огромное значение для науки и промышленности по ряду причин.

Для оптимизации геоакустических данных ИВМиМГ было принято решение разработать систему автоматизации, сбора и хранения Big Data.

### **Определение кратчайших путей в ориентированном графе введением списков меток в алгоритм**

#### **Дейкстра**

Г. Ш. Цициашвили

*Институт прикладной математики ДВО РАН*

E-mail: guram@iam.dvo.ru

Решается задача определения кратчайших путей в конечном взвешенном орграфе из стартовой вершины в остальные вершины графа. Эта задача решается введением списков меток в алгоритм Дейкстра. С помощью этой процедуры также подсчитывается число кратчайших путей из стартовой вершины во все

вершины графа. Эта величина характеризует надежность кратчайших путей в графе. Данная процедура может быть использована как для невзвешенного графа, так и для планарного графа. В случае планарного графа определяются кратчайшие пути из граней планарного графа во внешнюю грань. Здесь длиной пути полагается число границ между гранями, которые пересекает путь из грани во внешнюю грань.

### **Сравнение некоторых подходов к сжатию и интерполяции данных о температуре Черного моря**

Т. О. Шелопут<sup>1</sup>, Н. Б. Захарова<sup>1</sup>, И. А. Косолапов<sup>2</sup>, Р. Р. Дьяченко<sup>3</sup>

<sup>1</sup>*Институт вычислительной математики РАН*

<sup>2</sup>*Московский физико-технический институт*

<sup>3</sup>*Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова*

E-mail: sheloput@phystech.edu

Известно, что из-за необходимости хранения и передачи все большего объема геофизических данных актуальной является проблема разработки эффективных алгоритмов сжатия. Для использования геофизических данных в практических приложениях проводится предварительная обработка (например, фильтрация аномалий и интерполяция данных). В настоящее время существует множество алгоритмов сжатия данных, однако специальных алгоритмов компрессии геофизических данных, учитывающих их структуру и особенности, предложено не так много. Есть исследования, показывающие, что алгоритмы, основанные на вейвлет-преобразовании, могут использоваться для сжатия геофизических данных. Для интерполяции и обработки геофизических данных, как правило, используются подходы, основанные на математической статистике. К таким подходам относится метод оптимальной интерполяции и кригинг. Помимо статистических интерполяторов в геофизике могут применяться также детерминистические интерполяторы (линейная и полиномиальная интерполяция, метод обратных взвешенных расстояний и др.) и алгоритмы, основанные на обучении (нейронные сети).

В данной работе проводится сравнение некоторых из перечисленных методов, а также рассматривается возможность применения алгоритмов аппроксимации и восполнения матриц для задач сжатия и интерполяции геофизических данных. Такие алгоритмы предлагается применить к данным, которые, в том числе, могут содержать разреженные ошибки измерений, или аномалии. Показано, что матричные методы позволяют сжимать с потерями данные о температуре морской поверхности, полученные со спутников [1], а также могут использоваться для заполнения относительно небольших пробелов в данных.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского научного фонда № 19-71-20035.

#### Список литературы

1. Zakharova N. B., et al. Processing and assimilation of observation data for the hydrodynamics model of the Black Sea and the Sea of Azov // J. of Phys.: Conf. Ser. IOP Publishing. 2021. Vol. 2131. No. 2. P. 022010.

**СЕКЦИЯ 8****Биоинформатика и системная компьютерная биология****Многомерный анализ термостабильности ДНК-полимераз по аминокислотным последовательностям**С. Дин<sup>1</sup>, Р. Д. Халилов<sup>1</sup>, В. П. Ложников<sup>1</sup>, В. М. Ефимов<sup>2</sup><sup>1</sup>Новосибирский государственный университет<sup>2</sup>Институт цитологии и генетики СО РАН

E-mail: s.din1@g.nsu.ru

Термостабильные ДНК-полимеразы, такие как широко используемая в полимеразной цепной реакции (ПЦР) Taq-полимераза, играют незаменимую роль в биотехнологиях, требующих температурных циклов, поскольку способны сохранять активность при высоких температурах. Для повышения эффективности и точности ПЦР, а также других технологий на основе полимераз, важно развивать новые варианты этих ферментов. Учитывая большое количество еще не исследованных видов микроорганизмов, разработка методов быстрого отбора потенциальных кандидатов становится особенно актуальной, чтобы сократить объем необходимых исследований.

Предложенный в работе [1] метод главных компонент для последовательностей любого типа, в том числе, символьных, позволяет представить любой набор последовательностей в виде точек евклидова пространства, так же, как и в традиционном анализе PCA, последовательности с похожими свойствами оказываются расположенными близко друг к другу.

Цель данного исследования заключается в использовании метода главных компонент (PCA) для оценки взаимосвязи между сходством и различиями в аминокислотных последовательностях различных типов ДНК-полимераз и их термостабильностью. В эксперименте использованы данные о 14,632 перспективных аминокислотных последовательностях ДНК-полимераз, предоставленные лабораторией генетических технологий Института химической биологии и фундаментальной медицины СО РАН. Данные о оптимальной температуре для 456 ДНК-полимераз (40–83°C) собраны с помощью базы данных ThermoBase, а данные для 7,369 ДНК-полимераз (3–103°C) – с помощью базы данных DeepTP, что обеспечило поддержку анализа и выводов данного исследования.

## Список литературы

1. Efimov V. M., Efimov K. V., Kovaleva V. Y. Principal component analysis and its generalizations for any type of sequence (PCA-Seq) // Vavilovskii Zhurnal Genetiki i Seleksii = Vavilov J. of Genetics and Breeding. 2019. Vol. 23, iss. 8. P. 1032-1036. DOI: 10.18699/VJ19.584.

**Вычислительный конвейер по распознаванию de novo сайтов связывания транскрипционных факторов в бактериальных геномах**

А. М. Мухин, Д. Ю. Ощепков, С. А. Лашин

Институт цитологии и генетики СО РАН

E-mail: mukhin@bionet.nsc.ru

Аннотация бактериальных геномов и их конкретных регуляторных геномных последовательностей сайтами связывания транскрипционных факторов (ССТФ), регулирующих экспрессию генов, является актуальной биологической задачей, поскольку работа клетки в целом, и, соответственно, наработка ценных продуктов микробиологического синтеза критическим образом зависит от существующих регуляторных

геномных связей микроорганизма-биопродуцента. В данной работе реализован вычислительный конвейер, состоящий из следующих необходимых этапов для полноценной аннотации бактериальных геномов с помощью известных подходов de novo поиска ССТФ: аннотирование генома оперонной структурой, необходимое для дальнейшего точного определения регуляторных/промоторных областей, поиск de novo мотивов в промоторах целевого генома, функциональной аннотации вновь выявленных ССТФ, поиск ортологичных генов заданного таксономического уровня и базы данных с последовательностями и аннотациями известных бактериальных геномов. Такой комплексный подход позволяет критически сократить затраты ресурсов персонала, при этом позволяя оптимизировать входные данные больших объемов и быстро осуществлять дополнительную настройку шагов вычислений для получения более достоверных результатов, контролируя поток данных.

Реализованный конвейер состоит из набора скриптов на языках программирования Python, bash и с использованием системы Conda для изоляции зависимостей. Реализованный конвейер использует также СУБД SQLite, программы GOST для определения ортологических отношений между генами разных организмов, MP3 для выполнения поиска мотивов методом филогенетического футпринга, TomTom для аннотации полученных de novo мотивов с базами известных и экспериментально подтвержденных мотивов.

Работа поддержана в рамках Программы Курчатовского геномного центра ИЦиГ СО РАН (№ 075-15-2019-1662).

#### **Интеграция геномных и клинических данных: оценка влияния snps в районе TATA-бокса промоторов генов человека на изменения экспрессии этих генов и их связи с клиническими и фенотипическими наблюдениями**

Н. Л. Подколотный<sup>1</sup>, С. В. Филонов<sup>2</sup>, О. А. Подколотная<sup>2</sup>, Н. Н. Твердохлеб<sup>2</sup>, П. Пономаренко, Д. А. Рассказов<sup>2</sup>, А. Г. Богомолов<sup>2</sup>, М. П. Пономаренко<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

<sup>2</sup>*Институт цитологии и генетики СО РАН*

E-mail: pnl@bionet.nsc.ru

Разработан программный комплекс для экстракции из доступных биоинформационных источников данных обо всех генах человека и их транскриптах, последовательностях промоторов и локализации в них однонуклеотидных полиморфизмов (Single nucleotide polymorphism, SNP). Разработана многопоточная версия программы SNP\_TATA\_Z-tester для оценки изменения аффинности TBP к ДНК и проведен полногеномный анализ влияния известных SNP в промоторах всех генов человека на изменение экспрессии этих генов. Разработана база данных, интегрирующая полученные данные.

Данные о генах и их атрибутах брались с web-сервиса Ensembl, далее по известным координатам транскрипта были получены последовательности нуклеотидов промотора [-90,-1], используя геном GRCh38. Информация об SNP и их локализации получена из базы данных dbSNP 155. Для каждой пары "промотор дикого типа - промотор с мутацией" рассчитаны аффинность TBP к ДНК и уровень достоверности изменения ее при мутациях в промоторе, используя разработанную программу на основе SNP\_TATA\_Z-tester. Проведен полногеномный анализ влияния известных SNP в промоторах всех генов человека на изменение экспрессии этих генов.

Проведена интеграция в единой базе данных всех данных и результатов анализа, а также клинических и фенотипических наблюдений, связанные с snps, представленных в базе данных ClinVar, что позволяет идентифицировать кандидатные генетические маркеры различных клинических и фенотипических проявлений среди SNP, расположенных в области TATA-бокса.

**Поляризации макрофагов как терапевтическая стратегия при остром инфаркте миокарда**

Ч. А. Цгоев

*Федеральный исследовательский центр информационных и вычислительных технологий*

E-mail: smotca1595@gmail.com

Математическое моделирование инфаркта миокарда позволяет расширить знания о механизмах развития и прогрессирования сердечной болезни, которая остается одной из основных причин смерти во всем мире. Более глубокое понимание этих процессов открывает перспективы для разработки новых терапевтических стратегий.

В работе представлена разработанная иерархия математических моделей некротической гибели кардиомиоцитов при остром инфаркте миокарда [1–2]. Особое внимание уделяется реакционно-диффузионной модели. В биологически значимом диапазоне параметров она показала: а) качественное и количественное согласие с известным набором экспериментальных данных; б) устойчивую локализацию численного решения в области практически неизменных размеров, в) формирование квазистационарной структуры, которая имеет реальный аналог в виде демаркационного воспаления.

Проведены численные эксперименты, исследующие терапевтические стратегии, направленные на регулирование баланса про- и противовоспалительных макрофагов [2]. Рассматривался вклад цитокин-зависимой активации макрофагов и процесса их перепрограммирования на размер повреждения и ход воспалительного ответа. Проанализирован вопрос о "терапевтическом окне", т. е. исследована эффективность каждой из стратегий в зависимости от начала их проведения.

Список литературы

1. Воропаева О. Ф., Цгоев Ч. А. Численное моделирование инфаркта миокарда. I. Анализ пространственно-временных аспектов развития местной воспалительной реакции // Матем. биол. и биоинформ. 2023. Т. 18. № 1. С. 49-71.

2. Воропаева О. Ф., Цгоев Ч. А. Численное моделирование инфаркта миокарда. II. Анализ механизма поляризации макрофагов как терапевтической мишени // Матем. биол. и биоинформ. 2023. Т. 18. № 2. С. 367–404.

**Применение alignment-free метода сравнения символьных последовательностей к анализу микробиоты кишечника человека по генам 16S рРНК**А. А. Шехова<sup>1</sup>, Е. Д. Кареева<sup>1</sup>, В. Абрамов<sup>2</sup>, М. Г. Садовский<sup>1</sup><sup>1</sup>*Институт вычислительного моделирования СО РАН*<sup>2</sup>*Федеральный Сибирский научно-клинический центр ФМБА*

E-mail: okvaylom@gmail.com

Связь здоровья и видового состава микробиоты является одним из предметов научного интереса. В рамках данной работы изучался видовой состав кишечной микробиоты а) клинически здоровых лиц из популяции Красноярска, б) клинически здоровых лиц из популяции Омска, в) пациентов с ВЗК из Красноярска, г) пациентов с ВЗК из Омска, д) пациентов с рассеянным склерозом.

В результате выделения 16S рибосомальной РНК из образцов кала методом пиросеквенирования было получено 1220 образцов, таксономическое положение которых затем определялось с помощью метода [1] путем сравнения с 21195 генами 16S рибосомальной РНК из базы RDP. Кроме того, подобное сравнение было проведено посредством выравнивания.

## Список литературы

1. Highly parallel convolution method to compare DNA sequences with enforced In/Del and mutation tolerance / V. Shaidurov, E. Karepova, M. Sadovsky, A. Molyavko // LNCS. 2020. Vol. 12108 LNBI. P. 472–481. DOI: 10.1007/978-3-030-45385-5\_42.

**Свертка генетических последовательностей с применением быстрого преобразования Фурье**

А. А. Шехова, Е. Д. Кареева, М. Г. Садовский

*Институт вычислительного моделирования СО РАН*

E-mail: okvaylom@gmail.com

В работе [1] был предложен метод сравнения генетических последовательностей и поиска в них совпадающих участков, принципиально отличный от самого распространенного в данной области метода выравнивания. Суть предложенного метода заключается в преобразовании каждой генетической последовательности в набор бинарных и вычислении сверток последних. Ускорение работы достигается за счет применения быстрого преобразования Фурье. Данный подход применим не только к генетическим текстам, но и к символьным произвольной природы.

При сравнении двух символьных последовательностей результатом его работы является целочисленная последовательность, каждое значение которой равно числу совпадающих символов во всевозможных наложениях исходных последовательностей вне зависимости от того, где расположены эти совпадения. Анализ этой последовательности позволит определить наличие значимых совпадений и их локализацию. Было разработано несколько подходов для решения данных задач.

Первая группа направлена на выделение значимых наложений с помощью а) статистических оценок, б) преобразования алфавита исходных последовательностей и в) алгоритма подсчета совпадающих в наложении подстрок на основе свертки одной и той же пары строк при меняющемся алфавите. Вторая группа алгоритмов локализации основывается на а) дихотомии и б) использовании весовой функции при вычислении свертки.

## Список литературы

1. Highly parallel convolution method to compare DNA sequences with enforced In/Del and mutation tolerance / V. Shaidurov, E. Karepova, M. Sadovsky, A. Molyavko // LNCS. 2020. Vol. 12108 LNBI. P. 472-481. DOI: 10.1007/978-3-030-45385-5\_42.

**СЕКЦИЯ 9****Методы искусственного интеллекта и машинное обучение****Исследование эффективности методов анализа данных для решения задачи слабо-контролируемого многоэкземплярного обучения**

В. Б. Бериков, О. А. Кутненко

*Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН*

E-mail: berikov@math.nsc.ru

В работе рассматривается один из вариантов задачи классификации данных в постановке слабо-контролируемого обучения (weakly-supervised learning) [1], называемой обучением на множествах примеров (multi-instance learning), групповым (многоэкземплярным) обучением или обучением на мультимножествах. В данной задаче метки определены для множеств объектов, называемых пакетами (bags). Каждый объект из пакета имеет свое признаковое описание. Пакет отмечен как положительный, если в нем содержится хотя бы один положительный объект, иначе пакет помечается как отрицательный. Требуется предсказать наличие или отсутствие положительных объектов для новых пакетов, представленных как набор объектов. В докладе приведены результаты решения задачи идентификации белков методами анализа данных [2]. Также приводится сравнение с результатами решения данной задачи рядом известных методов [3].

Работа выполнена в рамках государственного задания ИМ СО РАН (проект № FWNF–2022–0015).

## Список литературы

1. Zhou Z.-H. A brief introduction to weakly supervised learning // National Sci. Rev. 2018. Vol. 5, iss. 1. P. 44–53.
2. Загоруйко Н. Г. Прикладные методы анализа данных и знаний. Новосибирск: Ин-т математики СО РАН, 1999. 270 с.
3. Wang C., Scott S., Zhang J., Tao Q., Fomenko D. E., Gladyshev V. N. A study in modeling low-conservation protein superfamilies. CSE Technical reports. 2004. 42.

**Вычислительная сложность выбора типичных объектов с опорой на конкурентное сходство**

И. А. Борисова

*Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН*

E-mail: biamia@mail.ru

Рассматриваются две формальные математические постановки одной из часто решаемых задач машинного обучения – задачи выбора подмножества типичных объектов в метрическом пространстве с помощью FRiS-функции [1]. В первом случае речь идет о задаче классификации, когда объекты обучающей выборки разделены на классы, во втором - о задаче таксономии, в которой принадлежность объекта к тому или иному классу изначально не задается. Для этих задачи доказывается, что они являются NP-трудными в сильном смысле. При этом предполагается, что типичными являются те объекты выборки, на которые похожи объекты того же класса (кластера) и не похожи объекты конкурирующих классов (кластеров).

В случае задачи классификации, к рассматриваемой задаче сводится NP-трудная в сильном смысле задача о  $p$ -медиане [2], а в случае задачи таксономии NP-трудная в сильном смысле задача 3D-

Matching [3]. Так как доказанная NP-трудность в сильном смысле предполагает невозможность построения точных полиномиальных и псевдо-полиномиальных алгоритмов решения рассматриваемых задач, для этих целей предлагаются приближенные жадные алгоритмы.

Работа выполнена при поддержке программы фундаментальных научных исследований РАН, проект № FWNF-2022-0015.

#### Список литературы

1. Zagoruiko N. G., Borisova I.A., Dyubanov V. V., Kutnenko O. A. Methods of recognition based on the function of rival similarity // Pattern Recogn. and Image Analysis. 2008. Vol. 18, No. 1. P. 1–6.
2. Kariv O., Hakimi S. An algorithmic approach to network Location Problems. The p-medians // SIAM J. of Appl. Math. 1979. No. 37. P. 539–560.
3. Garey M., Johnson D. Computers and intractability: A guide to the theory of NP-completeness. N. Y.: Freeman, 1979.

#### **Применение методов машинного обучения к задаче выявления предвестников землетрясений в Байкальском регионе**

Л. П. Брагинская, А. П. Григорюк, М. Ким

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

E-mail: ludmila@org.sccc.ru

С использованием методов разведочного анализа данных (exploratory data analysis, EDA) и машинного обучения исследован спектральный состав микросейсмического фона в периоды до и после землетрясений с целью выявления их предвестников. Получен интересный результат о том, что за 10–12 часов до большинства (около 90 %) исследованных землетрясений в Байкальском регионе наблюдается характерное изменение спектральной плотности микросейсм в сравнении со спокойными периодами. Исследования проводились на базе цифровой платформы (ЦП) [https:// izk.sccc.ru/](https://izk.sccc.ru/) [1]. Сейсмические данные поступают на ЦП с полигонов Института земной коры СО РАН, г. Иркутск.

#### Список литературы

1. Брагинская Л. П., Григорюк А. П., Ковалевский В. В., Добрынина А. А. Цифровая платформа для комплексных геофизических исследований в Байкальском регионе // Сейсм. приборы. 2023. Т. 59, № 4. С. 5–18. [https:// doi.org/10.21455/si2023.4-3](https://doi.org/10.21455/si2023.4-3).

#### **Применение филогенетических методов к языковым данным**

А. А. Гриневич

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

*Институт филологии СО РАН*

E-mail: angrinevich@gmail.com

Исследование посвящено применению биологических методов кластерного анализа к текстовым данным. Численные методы обладают определенной универсальностью и могут быть использованы в иных, не смежных с биологией, научных направлениях [1]. Цель исследования заключалась в использовании различных методов кластеризации для выявления групп в корпусе текстов, а также установлении между ними эволюционных связей.

В исследовании сравниваются результаты применения двух алгоритмов иерархической кластеризации: метод объединения соседей (neighbor-joining, NJ) [3] и метод максимальной парсимонии или экономии (method of maximum parsimony, MMP) [2]. Метод NJ основан на вычислении матрицы попарных расстояний (distance-based algorithmic method), а MMP – метод поиска дерева, основанного на признаках (character-based tree-searching methods). В результате было получено два дерева, топология которых существенно различается: MMP показал более интерпретируемый результат, который подтверждается данными из других гуманитарных наук, NJ не позволил выявить типологии в анализируемых данных.

Метод MMP имеет ряд преимуществ по сравнению с историко-географическим методом, который обычно используется в филологии при изучении межкультурных связей языковых традиций и заключается в идентификации сказочных типов: 1) он позволяет учитывать все потенциально значимые особенности в классификации текстов; 2) позволяет избежать предположения о том, что наиболее распространенная форма является предком (наиболее критикуемый аспект историко-географического метода); 3) предоставляет инструменты для количественной оценки в формировании сходства между текстами.

#### Список литературы

1. Cavalli-Sforza L.L., Feldman M.W. Cultural transmission and evolution: A quantitative approach. Princeton University Press, 1981.
2. Hennig W. Phylogenetic Systematics. University of Illinois Press, 1979.
3. Saitou N., Nei M. The neighbor-joining method: a new method for reconstructing phylogenetic trees // Molecular Biology and Evolution. 1987. Vol. 4, iss. 4. P. 406–425.

#### **Применение нейронных сетей в локальном прогнозе скорости и порывов ветра**

И. В. Дель, А. В. Старченко

*Национальный исследовательский Томский государственный университет*

E-mail: irina.del@mail.tsu.ru

Разработана и применена модель полносвязной нейронной сети для краткосрочного прогноза скорости ветра в 3 различных пунктах наблюдения г. Томск по измеренным историческим значениям метеорологический параметров за предыдущие часы.

Порывы ветра, и особенно интенсивные порывы, являются актуальными для общества, но чрезвычайно сложными для прогнозирования. Предложена методика коррекции численных прогнозов скорости порывов ветра, получаемых на основе мезомасштабной модели численного прогноза погоды, с использованием модели полносвязной нейронной сети и данных наблюдений на метеостанциях.

Архитектуры построенных искусственных нейронных сетей состоят из последовательных нескольких слоев: входного слоя, одного-трех скрытых и выходного полносвязных слоев. Увеличение количества скрытых слоев более трех не привело к улучшению производительности и качества прогнозирования искусственной нейронной сети. В рассматриваемых нейронных сетях оптимальный поиск весовых коэффициентов осуществляется методом адаптивной инерции с коррекцией весовых коэффициентов путем добавления L2-регуляризации AdamW (вариант стохастического градиентного спуска) [1]. В качестве функции потерь использовалась функция Хьюбера [2] – комбинация среднеквадратичной ошибки при малых погрешностях и средней абсолютной ошибки при больших.

#### Список литературы

1. Loshchilov I., Hutter F. Fixing weight decay regularization in Adam // arXiv preprint arXiv:1711.05101. 2017.

2. Huber P. J. Robust estimation of a location parameter // Ann. Math. Statist. 1964. Vol. 35, No. 1. P. 73–101.

### **Применение self-supervised подхода для автоматизации процедуры сегментации томографических изображений**

Р. Б. Джаркинов

*Новосибирский государственный университет*

E-mail: ruslandzarkinov@gmail.com

В настоящее время методы машинного обучения и нейронных сетей значительно способствуют решению задач в различных областях, включая сегментацию изображений. Однако обучение большинства моделей требует размеченных экспертами данных, что является значительным ограничением при обработке больших объемов данных. В данной работе предлагается подход, объединяющий self-supervised [1] и supervised методы для сегментации изображений.

Для проведения исследования были подготовлены два набора томографических изображений: бетонного образца с разрешением 2.45 мкм и карбонатного образца керна с разрешением 3.77 мкм. На этих данных были обучены различные архитектуры self-supervised learning, такие как SimCLR, BYOL, SwAV и MAESTER. В процессе обучения модели сформировали внутренние представления о структуре исходных данных. Обученная self-supervised модель затем использовалась для решения downstream-задачи, результатом которой стал набор меток для исходных данных. Эти автоматически созданные метки затем применялись для обучения сверточной нейронной сети U-Net [2].

Для оценки качества сегментации также была выполнена ручная разметка обоих наборов изображений, и на этих данных была обучена аналогичная сеть U-Net. Сравнение результатов сегментации показало, что предложенный подход значительно уменьшает время, необходимое для ручной разметки, при этом обеспечивая качество сегментации, сопоставимое с качеством, полученным на основе полностью ручной разметки.

Список литературы

1. Long J., Tian Y. Self-supervised visual feature learning with deep neural networks: A survey // IEEE Trans. On Pattern Analysis And Machine Intell. 2020. Vol. 43, iss. 11. P. 4037-4058.

2. Ronneberger O., Fischer P., Brox T. U-net: Convolutional networks for biomedical image segmentation // Intern. Conf. on Medical image computing and computer-assisted intervention. Springer, Cham, 2015.

### **Сервисы на основе искусственного интеллекта для поддержки научных исследований в геологии**

А. А. Загумёнов<sup>1,2</sup>, В. В. Наумова<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*Институт автоматизации и процессов управления ДВО РАН*

<sup>2</sup>*Государственный геологический музей им. В. И. Вернадского РАН*

E-mail: truepikvic@gmail.com

Сегодня искусственный интеллект все чаще применяется в геологических задачах, в том числе научных. Причем, если десять лет назад широко применялись методы машинного обучения для задач с использованием табличных данных и глубокие нейронные сети для анализа изображений, то на сегодняшний день наибольший интерес представляют большие языковые модели и задачи, связанные с обработкой естественного языка. Данная работа посвящена разработке современных сервисов на основе искус-

ственного интеллекта в рамках экосистемы данных и сервисов их обработки для поддержки научных исследований ГГМ РАН ([https:// geologyscience.ru/](https://geologyscience.ru/)). Это сервисы в форме проблемно-ориентированных чат-ботов, в основе которых лежат большие языковые модели, для решения следующих задач: анализ публикаций из репозитория научных статей по геологии (<https:// repository.geologyscience.ru/>), интеллектуальный поиск и анализ информации по энциклопедии месторождений России (<http:// wiki.geologyscience.ru/>), интеллектуальный помощник по поиску данных и методов их обработки с постановкой задач на естественном языке. Вышеперечисленные сервисы являются самостоятельными веб-сервисами, имеющими возможности по их интеграции в вычислительные среды и информационные системы.

### **Построение суррогатной нейронной модели для решения задач химической кинетики**

Г. И. Казаков<sup>1</sup>, А. В. Пененко<sup>2</sup>, К. О. Иванов<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Новосибирский государственный университет

<sup>2</sup>Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН

E-mail: g.kazakov@g.nsu.ru

Задача анализа процессов горения является одним из ключевых и перспективных направлений современной науки в области математического моделирования. Эта задача имеет большое значение в условиях стремительных технических и технологических изменений, помогая оптимизировать работу двигателей и повысить их КПД. В рамках нашего исследования мы пробуем различные подходы к моделированию химической кинетики с помощью нейронных сетей. Например, мы пробуем разные способы создания набора данных: разные начальные условия, регулярные и нерегулярные временные интервалы. Мы разрабатываем принципиально разные архитектуры: LSTM, KAN, MLP, xLSTM. Последние две архитектуры представляют наибольший интерес, поскольку они еще не были протестированы на задачах химической кинетики. В процессе работы над архитектурами было применено и протестировано несколько методов, включая BatchNorm, L2 регуляризация, байесовский подбор гиперпараметров, обучение с использованием авторегрессии и уменьшение размерности, с использованием архитектуры AutoEncoder. Нашей целью было улучшить показатели качества нейронной сети по сравнению с существующими моделями, а также сравнить скорость и затраты ресурсов с традиционными методами интегрирования жестких систем ОДУ. Использование нейронных сетей является многообещающим подходом, поскольку модели глубокого обучения успешно работают с различными данными, что помогает повысить качество моделирования горения.

### **Сегментация снимков компьютерной томографии при помощи нейросетевого трансформера**

К. Н. Кириллов<sup>1</sup>, Д. И. Михайлапов<sup>2</sup>, А. А. Тулупов<sup>3</sup>, В. Б. Бериков<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Новосибирский государственный университет

<sup>2</sup>Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН

<sup>3</sup>Международный томографический центр СО РАН

E-mail: k.kirillov1@g.nsu.ru

В работе представлен алгоритм на основе трансформер-архитектуры, обеспечивающий семантическую сегментацию области поражения головного мозга пациента ишемическим инсультом на трехмерных снимках компьютерной томографии без контрастирования. Для решения задачи была применена архитектура нейронной сети 3D Swin UNETR [1], в основе которой лежит механизм внимания, служащий для поиска взаимосвязей между различными частями изображения. Модель была обучена и протестирована

методом кросс-валидации на реальных снимках пациентов Международного томографического центра СО РАН. Предобработка данных включала в себя ограничение интенсивности изображения и minmax нормализация. Были проведены исследования и сравнения качества работы модели и ее аналогов [2]. Предлагаемый алгоритм демонстрирует на 30% большую точность по метрике DICE в сравнении с моделью-аналогом 3D U-Net. Главной особенностью модели 3D Swin UNETR является увеличение ложноположительных и уменьшение ложноотрицательных ответов по сравнению с 3D U-Net.

#### Список литературы

1. Hatamizadeh A., Nath V., Tang Y., Yang D., Roth H. R., Xu D. Swin UNETR: Swin transformers for semantic segmentation of brain tumors in MRI images // arXiv preprint arXiv:2201.01266. 2022.
2. Dobshik A., Verbitskiy S., Pestunov I., Sherman K., Tulupov A., Berikov V., et al. Acute ischemic stroke lesion segmentation in non-contrast ct images using 3d convolutional neural networks // Comput. Optics. 2023. Vol. 47, No. 5. P. 770–777. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1233.

#### **О проблемах исследования подземных структур, с помощью методов искусственного интеллекта**

А. Н. Левашов<sup>1</sup>, А. В. Горбачев<sup>1</sup>, И. Э. Степанова<sup>2</sup>, А. Г. Ягола<sup>1</sup>, Д. В. Лукьяненко<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова

<sup>2</sup>Институт физики земли им. О. Ю. Шмидта

E-mail: levashov.an16@physics.msu.ru

В работе рассматривается проблемы исследования подземных структур, используя методы искусственного интеллекта. В рамках проведенного исследования был использован модельный пример, в котором аномальное гравитационное поле создавалось прямоугольной призмой, расположенной под поверхностью. В ходе исследования призма поворачивалась вдоль оси X на определенный угол. Задача состояла в оценке влияния угла поворота призмы на результат решения обратной задачи.

В данной работе рассматривается результат восстановления плотности призмы с помощью методов искусственного интеллекта, а также сравнение с результатами, полученными методом интегральных представлений.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда, грант № 23-41-00002, <https://rscf.ru/project/23-41-00002/>.

#### Список литературы

1. Страхов В. Н., Степанова И. Э. Метод S-аппроксимаций и его использование при решении задач гравиметрии // Физика Земли. 2002. № 7. С. 3-12.
2. Раевский Д. Н., Степанова И. Э. Модифицированный метод S-аппроксимаций. Региональный вариант // Физика Земли. 2015б. № 2. С. 55–66.
3. Shimelevich M. I., Osborne E. A., Osborne I. E., Rodionov E. A. The neural network approximation method for solving multidimensional nonlinear inverse problems of geophysics // Izvestiya, Physics of the Solid Earth. 2017. Vol. 53. P. 588-597.

**О некоторых модификациях критерия Харке – Бера**

А. В. Логачев, С. Е. Хрущев

*Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН*

E-mail: hrushew@rambler.ru

Критерий Харке – Бера широко используется для проверки гипотезы о том, что элементы выборки имеют нормальное распределение с неизвестными параметрами. В докладе будут рассмотрены модификации критерия Харке – Бера, позволяющие проверять гипотезы о том, что выборка из нормального распределения с одним или двумя известными параметрами.

Также будет проведено сравнение полученных критериев с другими известными статистическими решающими правилами.

**Оценка лесной пожарной опасности, обусловленной инфраструктурой железной дороги, с использованием искусственной нейронной сети**А. О. Малинин<sup>1</sup>, Н. В. Барановский<sup>2</sup>, А. В. Базаров<sup>2</sup>, Р. С. Сычев<sup>2</sup><sup>1</sup>АЛРОСА<sup>2</sup>Томский политехнический университет

E-mail: norrischakovich@mail.ru

Рассматривается возможность применения нейронных сетей для прогнозирования мест появления очагов лесного пожара. В рамках работы проводился сбор и анализ данных об очагах пожара в Заиграевском районе республики Бурятия. Полученные данные охватывают статистику по образованию очагов пожара на 20 лет. Для прогнозирования выбрана 3-слойная нейросеть прямого распространения. Формирования набора данных для обучения точки очагов были объединены со случайными точками, выбранными на карте района. Для работы были составлены вектора данных в первом случае включающие метеоданные (температура воздуха, давление, влажность, температура точки росы, облачность, количество осадков) и данные положения (расстояние до реки, расстояние до грунтовых дорог, расстояние до железных дорог, расстояние до дорог, расстояние до шоссежных дорог, расстояние до железнодорожных станций, расстояние до ближайшего населенного пункта, наименование ближайшего населенного пункта). Во втором случае использовались только данные о положении очага пожара. Для определения отрицательных точек.

**Офлайн-верификация рукописных подписей с использованием сверточных нейронных сетей**А. С. Недбайлова<sup>1</sup>, И. А. Пестунов<sup>2</sup><sup>1</sup>Новосибирский государственный университет<sup>2</sup>Федеральный исследовательский центр информационных и вычислительных технологий

E-mail: a.nedbailova@g.nsu.ru

Рукописная подпись до сих пор остается наиболее распространенным способом идентификации личности. Идентификация автора и верификация рукописной подписи является одной из наиболее популярных экспертиз в гражданских и арбитражных судебных спорах. Для идентификации и верификации подписи можно обратиться к специалистам в сфере почерковедческой экспертизы, но данная процедура в настоящее время занимает от 3 до 7 дней и имеет достаточно высокую стоимость. Поэтому автоматизация этого процесса является крайне актуальной задачей.

Существуют два основных типа проверки рукописных подписей: статический (офлайн) и динамический (онлайн). При офлайн-подходе распознавание и анализ подписи выполняется после того, как получено ее цифровое изображение, а при динамическом – анализ подписи осуществляется в процессе ее создания.

В данном докладе рассматриваются методы и алгоритмы офлайн-распознавания рукописных подписей и предлагаются две схемы обработки изображений рукописных подписей с использованием сверточных нейронных сетей (СНС). В первой схеме СНС используются для верификации подписей, а во втором – для идентификации автора подписи с последующей ее верификацией с помощью метода поиска особых точек SURF. Приводятся результаты экспериментального сравнения четырех архитектур СНС (AlexNet, ResNet50, VGG-16 и VGG-19) для идентификации автора и верификации подписей на данных CEDAR и Bengali (<https://www.kaggle.com/datasets/ishanikathuria/handwritten-signature-datasets>). Приводятся также результаты экспериментальных исследований, связанных с выбором наилучших методов предварительной обработки изображений рукописных подписей (бинаризация, фильтрация, централизация, поворот).

### **Семантический поиск и ранжирование геологических публикаций для научных исследований**

М. И. Патук, В. В. Наумова

*Государственный геологический музей им. В. И. Вернадского РАН*

E-mail: patuk@mail.ru

Научные исследования в геологии требуют выполнения определенного набора типовых задач, которые являются важной частью процесса исследования, но при этом достаточно рутинны и однообразны. Современные технологии искусственного интеллекта позволяют облегчить рутинную работу не только в обработке, но и создании новых данных на основе входной информации.

Поиск информации является важной составной частью любого научного исследования. Основными методами до настоящего времени остаются тематический поиск по рубрикам и поиск по ключевым словам. Данные методы являются дискретными по своей сути и зависят от качества предварительной обработки документов, при помещении их в системы хранения.

Авторы в своей работе предлагают воспользоваться относительно новым подходом с использованием одного из методов искусственного интеллекта - семантического поиска. Данный метод основан на применении больших языковых моделей и сильно зависит от качества их предварительного обучения. Нами было проведено дообучение нескольких языковых моделей на собранном дата-сете, который содержал наименования и абстракты статей, посвященным описаниям месторождений твердых полезных ископаемых. Проведен сравнительный анализ полученных результатов. Показаны преимущества семантического поиска по сравнению с традиционными методами. Произведен тестовый поиск и ранжирование публикаций на основе семантической близости с представленным фрагментом текста. Выполнен анализ зависимости качества поиска в зависимости от параметров используемой языковой модели и величины обучающего набора данных. Создан web-сервис поиска информации в архиве публикаций ГГМ РАН <https://repository.geologyscience.ru>.

Данный подход может быть применен в научных геологических исследованиях при сравнении месторождений и их классификации на основе семантической близости их описаний в публикациях.

Работа выполняется в рамках гос. темы № 1021061009468-8-1.5.1 "Цифровая платформа интеграции и анализа геологических и музейных данных".

**Разработка и исследование метода решения стационарного уравнения теплопроводности на основе нейронных сетей**С. А. Ростомян<sup>1</sup>, А. П. Королева<sup>2</sup>, В. А. Глазунов<sup>3</sup><sup>1</sup>*Росатом*<sup>2</sup>*НТУ "Сириус"*<sup>3</sup>*РФЯЦ Всероссийский научно-исследовательский институт экспериментальной физики*

E-mail: susorost@mail.ru

Численное моделирование тепловых процессов играет ключевую роль в различных областях науки и техники, способствуя пониманию физических явлений и созданию новых технологий. Применение сеточных методов в таких исследованиях значительно увеличивает вычислительную нагрузку. Вместе с тем развитие методов моделирования с применением машинного обучения позволяет решать подобные задачи в значительно меньшие сроки. В данной работе приводятся результаты работы по разработке и исследованию метода моделирования одномерной и двумерной задач стационарной теплопроводности на основе сверточных нейронных сетей. Модель реализована с использованием библиотеки Tensorflow. Данные, используемые для обучения могут быть получены из аналитического решения или с помощью моделирования в программном продукте "Логос Тепло".

В работе рассматриваются различные варианты структуры сверточной нейронной сети, в том числе с учетом особенностей решения двумерной задачи. Выбор оптимальной структуры модели проводится на основе тестовых задачах, имеющих аналитическое решение. Для выбранной структуры модели проводится исследование влияния различных параметров исходных данных, таких, как размер обучающей выборки, геометрических размеров, коэффициента теплопроводности и параметров граничных условий на точность получаемого решения. Это позволило изучить реакцию системы на различные внешние воздействия и оценить ее устойчивость и чувствительность к изменениям параметров. Итоговая погрешность метода была оценена на численных экспериментах, в том числе не имеющих аналитического решения. В заключении работы сделан вывод о возможности и перспективах применения нейронных сетей при моделировании физических процессов, выделены ключевые преимущества применения таких методов и определены направления дальнейших исследований.

**Автоматическое обнаружение главного и локальных базовых аргументов в научном тексте на русском языке**Н. В. Саломатина<sup>1</sup>, И. С. Пименов<sup>2</sup><sup>1</sup>*Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН*<sup>2</sup>*Институт систем информатики им. А. П. Ершова СО РАН*

E-mail: salomatina\_nv@live.ru

Структуры аргументации в научных текстах, как правило, формально представляемые графами, аккумулируют доказательства отдельных тезисов и позволяют оценить их убедительность. Короткие статьи обычно посвящены доказательству одного главного тезиса, аргументационные графы таких статей отличаются связностью и имеют корень. Трудно решаемой задачей является автоматическое установление связей между позиционно разнесенными аргументативными утверждениями текста, составляющими аргумент. Но именно они образуют базу аргументации текста. В данной работе применяется поэтапный подход [1] к частичному решению этой задачи - определению потенциально связанных, но неконтактно расположенных в тексте аргументов - с использованием методов машинного обучения и лингвистических

правил, построенных на основе маркеров аргументации и особенностей явленной структуры текста. На первом этапе методами МО (MNB, SVM, MLP) выявляются аргументативные предложения ( $F1 \geq 0.7$ ), на втором этапе - аргументы (связанные определенным типом рассуждения предложения-посылки и предложения-заключения), образованные смежно расположенными аргументативными предложениями внутри каждого абзаца ( $F1 \geq 0.6$ ). Из них двумя путями: 1) с использованием маркеров аргументации и позиционных характеристик и 2) с помощью классификации аргументативных предложений методами МО определяется главный тезис (заключение локального базового аргумента) для каждого абзаца. По правилам, аналогичным 1), определяется и главный тезис текста ( $F1 \geq 0.8$ ). Материалом исследования служат аргументационные аннотации 50-ти научных русскоязычных текстов, построенные "вручную" тремя экспертами на платформе ArgNetBankStudio и содержащие более 2 тыс. аргументов.

Работа выполнена в рамках государственного задания ИМ СО РАН (проект № FWNF-2022-0015).

Список литературы

1. Stab C., Gurevych I. Identifying argumentative discourse structures in persuasive essays // In Proc. of the 2014 Conf. on Empirical Methods in Natural Language Processing (EMNLP), Doha, 2014. P. 46–56.

**Формирование обучающей выборки при разработке нейросетевого алгоритма определения времен прихода целевых волн от локальных землетрясений**

Е. В. Степанова<sup>1</sup>, А. М. Камашев<sup>1,2</sup>, Т. А. Ступина<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Институт нефтегазовой геологии и геофизики СО РАН

<sup>2</sup>Новосибирский государственный университет

E-mail: e.stepanova1@g.nsu.ru

В сейсмологии одним из ключевых этапов обработки данных является определение времен вступления Р и S волн. К настоящему времени наибольшую популярность приобретают подходы, основанные на использовании сверточных нейронных сетей. Существует большое количество работ, посвященных разработке архитектур нейронных сетей для решения задачи определения времен вступлений. Важным этапом при разработке нейросетевого алгоритма является этап подготовки обучающей выборки. Сбор и подготовка сейсмических данных для создания обучающей выборки являются времязатратными процессами, поэтому актуальным остается вопрос о достаточном объеме выборки. В работе представлено исследование по определению оптимального количества сейсмических событий, необходимых для качественного обучения нейронной сети.

Была проведена серия тестов с размерами обучающей выборки от 10 до 100 событий. Обученная нейронная сеть тестировалась на новом наборе данных, не участвовавшем в создании обучающей выборки. Проведенное исследование показало, что после 25-30 событий по мере увеличения объема выборки количество данных, для которых моменты вступлений волн определены в пределах допустимой погрешности (50 мс, что соответствует 5 отсчетам), повышается незначительно. Обучающая выборка, независимо от объема, включала в себя трассы с высоким соотношением сигнал/шум и с четким вступлением при визуализации, а также трассы с низким соотношением сигнал/шум и более сложной волновой картиной, то есть выборка была сбалансирована относительно "качества" сейсмических данных.

По итогам работы было выявлено, что на рассмотренных наборах данных для обучения нейронной сети, при решении задачи определения времен вступлений Р- и S-волн от локальных землетрясений, было достаточно 25 сейсмических событий. С помощью нейронной сети, обученной на 25 событиях, в

пределах допустимой погрешности удалось обработать 93% данных при определении Р волны и 95% при определении S-волны.

### **Вероятностная модель предсказания выработки мощности электроэнергии ВЭУ**

С. В. Стрижак, К. Б. Кошелев

*Институт системного программирования им. В. П. Иванникова РАН*

E-mail: strijhak@yandex.ru

За последние 5 лет в РФ построено 25 новых ветропарков с суммарной мощностью выработки 2 ГВт. В ходе эксплуатации ВЭС происходит сбор данных с использованием АСУТП. На практике существует потребность в разработке моделей прогноза выработки электроэнергии на несколько дней вперед в связи с планированием диспетчерского графика. Производство электроэнергии за счет ветра зависит от атмосферных процессов. Существует множество факторов, которые могут влиять на генерацию ветра, например, рельеф местности, температура и поверхностное трение. Поведение ветра довольно сложное явление, что приводит к высокой изменчивости выработки энергии ветра. Можно сделать вывод, что выработка энергии ветра является нелинейным и нестабильным процессом. Между тем, сложные особенности изменчивости скорости ветра приводят к низкой предсказуемости ветрогенерации.

Существуют детерминистические и вероятностные модели прогноза выработки электроэнергии с использованием методов машинного обучения и нейронных сетей. Имеются открытые данные по метеопараметрам и выработке электроэнергии с различных соревнований GEFCom2014, Baidu KDD Cup 2022 и других.

Вероятностные модели прогноза более информативны. В работе модель построена с использованием гауссовской регрессии, функции ядра, байесовского процесса, функции правдоподобия. Для предсказания параметров использовалась нейронная сеть с заданным количеством слоев и нейронов. Для снижения размерности исходных данных и ускорения процесса обучения модели использовался метод генерации точек.

Модель SVGP обучалась на данных GEFCom2014, Baidu KDD Cup 2022 для одного ВЭУ. Датасет GEFCom2014 содержал данные по одной ВЭУ за 2012 – 2013 года с кратностью записи данных в один час. Датасет Baidu KDD Cup 2022 содержал 10 признаков за полгода с кратностью записи в 10 минут. В качестве исходных признаков нами использовались значения скорости, направления ветра, температура воздуха. Прогноз выполнен на 24 и 48 часов. Ошибка (метрики CRPS, MAE) составила не более 5 %.

### **Разработка интеллектуального ядра персонализированных медицинских информационных систем**

В. А. Устюгов

*Новосибирский государственный университет*

E-mail: v.ustyugov@g.nsu.ru

Персонализированная медицина – это оказание комплексной медицинской помощи, осуществляемой в соответствии с характеристиками конкретного пациента. Существующие медицинские информационные системы зачастую не учитывают индивидуальные особенности пациентов, такие как генетические данные, личная медицинская история, стиль жизни, текущие показатели здоровья и прочие факторы. Это приводит к недостаточной персонализации медицинского обслуживания, что может снижать эффективность лечения и приводить к ошибочным результатам.

Поэтому была поставлена цель разработки интеллектуального ядра персонализированных медицинских информационных систем. Данная система позволит вести учет индивидуальных параметров пациентов, осуществлять мониторинг показателей здоровья, а также использовать методы машинного обучения для предоставления персональных рекомендаций и диагнозов. Для достижения данной цели исследованы уже существующие решения и инструменты, рассмотрены возможности их применения, а также сформирована модель программного продукта, которая реализуется в виде полноценного приложения.

На базе исследований сформулированы фундаментальные возможности, которыми должна обладать система подобного рода:

1. Хранение данных о пациентах в едином цифровом профиле;
2. Сбор данных о пациентах как ручными, так и автоматическими методами;
3. Отслеживание динамики показателей здоровья и отклонений от норм;
4. Предоставление индивидуальных прогнозов о наличии заболеваний;
5. Предоставление индивидуальных рекомендаций врачу и пациенту.

Разрабатываемый программный продукт представляет собой web-приложение, реализующее данные возможности с помощью различных современных библиотек и технологий искусственного интеллекта. Такая система будет способствовать более эффективному взаимодействию врачей и пациентов, повышению качества медицинского обслуживания и улучшению результатов лечения.

### **Исследование алгоритмов квантования нейросетей в задаче обработки МРТ изображений**

В. К. Шаблыко, А. В. Пененко

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

E-mail: iam@pro100rno.ru

Обработка МРТ изображений является одной из основных задач исследовательской и практической медицины, посвященной работе с графическими данными. С ростом популярности нейросетевых алгоритмов для обработки изображений, появляется все больше работ посвященных их применению [1]. Но для внедрения необходимо преодолеть сложности, связанные как с использованием оборудования с ограниченными вычислительными возможностями, так и устаревшего оборудования, установленного в медицинских учреждениях.

В работе будет предоставлен один из возможных способов решения возникающий при внедрениях задач – оптимизация нейросетевых алгоритмов с помощью квантования нейронных сетей. В качестве и тестовой архитектуры использована архитектура Xception [2]. На примере этой сети проведены исследования различных подходов к квантованию при решении выбранной прикладной задачи детекции объектов на различном оборудовании. Использованный набор данных содержит 49 трехмерных изображений магнитно-резонансной томографии состоящие из набора снимков. Размеченные снимки для обучения сети были предоставлены коллегами из Института цитологии и генетики СО РАН.

Список литературы

1. Dishar H. K., Muhammed L. A.: Detection brain tumor disease using a combination of Xception and NASNetMobile // Intern. J. of Adv. in Soft Comput. & Its Applic. 2023. Vol. 15, iss. 2. P. 325.
2. Chollet F. Xception: Deep learning with depthwise separable convolutions // 2017 IEEE Conf. on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR). IEEE, 2017. DOI: 10.1109/cvpr.2017.195.

**Применение методов машинного обучения для определения неизвестных параметров при описании подсеточных процессов в численной модели океана**Д. Ф. Якшина<sup>1</sup>, Д. Демьяненко<sup>2</sup>, Г. А. Платов<sup>1</sup><sup>1</sup>Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН<sup>2</sup>Новосибирский государственный университет

E-mail: iakshina.dina@gmail.com

При крупномасштабном моделировании Мирового океана часть процессов не могут быть явно описаны численным решением необходимой системы дифференциальных уравнений. В таких случаях прибегают к параметрическому описанию крупномасштабных последствий подобных мезомасштабных процессов. Обычно разработка схем параметризации и оценка их параметров происходят независимо от моделей климата, в которые они, в конечном итоге, включаются. Кроме того, существующие параметризации содержат параметры, которые являются неопределенными. В последние годы для настройки параметров стали использоваться алгоритмы, управляемые данными.

В данной работе предлагается для определения неизвестных составляющих параметризации вихревых потоков в крупномасштабной численной модели SibCIOM [1] применить два метода машинного обучения: полносвязная многослойная нейросеть и градиентный бустинг. В исследовании используются расчеты, полученные с применением вихреразрешающей численной модели SibPOM [2].

Предварительный сравнительный анализ эффективности методов показывает преимущество использования градиентного бустинга при определении величины вихревого потока. Дополнительно исследуется необходимость кластеризации исходных данных и обучения на каждом кластере отдельной модели машинного обучения для улучшения предсказаний.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки, проект НИОКТР 123081400010-2 (доп. соглашение с Минобрнауки РФ № 075-03-2023-506/1).

## Список литературы

1. Golubeva E. N., Platov G. A. Numerical modeling of the Arctic Ocean ice system response to variations in the atmospheric circulation from 1948 to 2007 // *Izvestiya, Atmospheric and Oceanic Physics*. 2009. Vol. 45. P. 137-151. DOI: 10.1134/S0001433809010095.

2. Платов Г. А., Голубева Е. Н. Взаимодействие плотных шельфовых вод Баренцева и Карского морей с вихревыми структурами // *Морской гидрофиз. журн.* 2019. Т. 35, № 6. С. 549–571. DOI: 10.22449/0233-7584-2019-6-549-571.

**Stochastic dynamics of FitzHugh – Nagumo neurons driven by Levy noise**X. Yang<sup>1</sup>, X. Wang<sup>2</sup><sup>1</sup>Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН<sup>2</sup>Shaanxi Normal University

E-mail: yang2001xi@outlook.com

The dynamical systems in real world are inevitably affected by noise, causing various random behaviors. Currently, the research on the stochastic dynamics of noise driven systems has become a hot topic. This paper aims to explore the stochastic dynamics of the FitzHugh – Nagumo (FHN) neuronal system driven by Levy noise. The research mainly includes the dynamical response of the FHN neuronal system and the deep learning-based parameter estimation.

The relevant basic theory of Levy noise is presented. The Levy stable distribution is defined. The impacts of the stability index and the skewness coefficient on the probability density function of Levy stable distribution are analyzed. The Chambers – Mallows – Stuck method for generating the random numbers of Levy distribution is introduced.

By using the Euler – Maruyama method for numerically simulating the FHN model, the dynamic characteristics of the FHN neuronal system driven by Levy noise is investigated. It is found that the change of external input current, periodic signal amplitude and noise intensity can change the state of the neuronal system. In addition, changing the parameters of the deterministic system leads to bifurcation phenomena in the stochastic system. The parameters of the driven Levy noise can induce stochastic bifurcation phenomena and affect the stability of the system.

In order to more accurately estimate the parameters of the FHN neuronal system driven by Levy noise, and further analyze and control the stochastic system, a parameter estimation neural network (PENNN) is proposed, where a long short-term memory neural network and a fully connected neural network are combined to estimate the parameters from a sample trajectory. The precision and accuracy of the PENNN are evaluated by the metrics including the mean, standard deviation and mean absolute error of the estimations. Numerical experiments have verified that the PENNN can estimate the parameters of the system with high speed, precision and accuracy.

## СЕКЦИЯ 10

### Теоретическое, экспериментальное и системное программирование

#### Алгоритмы на графах в языке предикатного программирования и их оптимизирующая трансформация

И. В. Каблукон, Н. О. Ворожбитов, Э. Г. Тумуров, В. И. Шелехов  
*Институт систем информатики им. А. П. Ершова СО РАН*

E-mail: ivkablukov@mail.ru

Обработка графов широко применяется в различных приложениях, например в алгоритмах маршрутизации в компьютерных сетях, анализе социальных сетей и анализе геномных данных. Разработка и оптимизация программ обработки графов – нетривиальная задача. Для повышения эффективности в настоящее время используется представление графа в виде разреженной матрицы смежности с ориентацией на применение методов линейной алгебры на базе стандартного интерфейса GraphBLAS. Разработано несколько библиотек операций над графами, обеспечивающих сверхэффективную реализацию на графических процессорах (GPU), однако библиотеки крайне сложны для пользователя.

Другой подход к обработке графов применяется в предикатном (функциональном) программировании. Вершины и ребра графа представлены множествами. Отметим, что традиционно графы представляются в объектно-ориентированном стиле. Язык предикатного программирования P расширен дополнительными конструкциями для работы с множествами. Введены также матричные операции на полукольцах с ориентацией на интерфейс GraphBLAS для эффективной реализации на GPU. Достоинство нашего подхода в возможности применения формальной верификации предикатных программ на графах, что продемонстрировано на нескольких алгоритмах.

Эффективность предикатных программ достигается применением последовательности оптимизирующих трансформаций, преобразующих исходную программу в императивную программу в стиле языка Си. Здесь добавлено множество трансформаций для операций над графами, в частности, для битовых шкал. Методы трансформации демонстрируются на следующих программах: построение списка максимальных клик, нахождение изоморфного подграфа, поиск компонент сильной связности в графе (алгоритм Косараджу) и других.

#### Методы и средства визуализации сложно структурированных данных большого размера на основе атрибутированных иерархических графов с портами

В. Н. Касьянов, Т. А. Золотухин, Е. В. Касьянова  
*Институт систем информатики им. А. П. Ершова СО РАН*

E-mail: kvn@iis.nsk.su

Визуализация структурированных или реляционных данных на основе графовых моделей имеет множество сфер применения как в реальных, так и в теоретических областях [1].

В докладе рассматривается подход к решению задачи построения наглядных визуальных представлений больших структурированных данных на основе модели атрибутированных иерархических графов с портами [2], в которой объекты, моделируемые вершинами графа, могут состоять из нескольких разных логических частей (портов) и могут находиться во взаимосвязях, моделируемых ребрами или дугами, как целиком, так и разными своими портами. На основе данной модели разработаны и реализованы в рамках системы визуализации Visual Graph [3] новые методы и эффективные алгоритмы наглядной визуализации

и структурного анализа больших сложно структурированных данных, возникающих в компиляторах. Проведены эксперименты по их применению к реальными программам в SISAL, ICC и GCC компиляторах. Создана начальная версия веб-сервиса визуализации атрибутированных иерархических графов с портами.

Список литературы

1. Касьянов В. Н., Касьянова Е. В. Визуализация информации на основе графовых моделей. Новосибирск: НГУ, 2014. 149 с.
2. Касьянов В. Н. Методы и средства визуализации информации на основе атрибутированных иерархических графов с портами // Сиб. аэрокосм. журн. 2023. Т. 24, № 1. С. 8–17.
3. Касьянов В. Н., Золотухин Т. А. Visual Graph – система для визуализации сложно структурированной информации большого объема на основе графовых моделей // Науч. визуал. 2015. Том. 7, № 4, С. 44–59.

### **Кроссплатформенный Cloud Sisal компилятор облачной системы параллельного программирования CPPS**

В. Н. Касьянов, Е. В. Касьянова, А. А. Малышев

*Институт систем информатики имени А. П. Ершова СО РАН*

E-mail: kvn@iis.nsk.su

Облачная система параллельного программирования CPPS [1], разрабатываемая в ИСИ СО РАН, предоставляет пользователю через веб-браузер функциональный язык Cloud Sisal для спецификации, отладки, верификации и конструирования параллельных программ и их исполнения на суперкомпьютерах. Язык Cloud Sisal [2] обладает обычными преимуществами языков функционального программирования, такими, как, например, однократное присваивание и детерминированные результаты для параллельной и последовательной реализации, но содержит массивы и циклы, а также поддерживает аннотированное программирование и конкретизацию программ.

В докладе рассмотрен кроссплатформенный Cloud Sisal компилятор системы CPPS, реализованный на языке Python в дополнение к уже существующему кросс-компилятору системы, использующему Windows и строящему C#-код. Компилятор сначала переводит исходную Cloud Sisal программу во внутреннее представление системы CPPS, которое ориентировано на семантическую и визуальную обработку программ и основано на атрибутированных иерархических графах, далее в рамках этого представления подвергает программу редуцирующим конкретизациям, а затем по полученному внутреннему представлению редуцированной программы осуществляет методами смешанной кодогенерации построение либо C++-кода, расширенного директивами OpenMP, для GCC либо IR-кода для LLVM. Рассмотрены реализованные способы задания входных данных для осуществления счета по программе и вывода результатов вычислений, а также средства поддержки тестирования компилятора.

Список литературы

1. Система облачного параллельного программирования CPPS: визуализация и верификация Cloud Sisal программ / В. Н. Касьянов, Д. С. Гордеев, Т. А. Золотухин и др.; под ред. В. Н. Касьянова. Новосибирск: ИПЦ НГУ, 2020. 256 с.
2. Касьянов В. Н., Касьянова Е. В. Язык программирования Cloud Sisal. Препр. ИСИ СО РАН № 181. Новосибирск: Наука; Сиб. отд-ние, 2018. 45 с.

**Проектирование распределенной системы управления данными на основе паттерна CQRS для исключения несанкционированного доступа к части данных**

Ю. Г. Платонов<sup>1</sup>, И. Ю. Платонова<sup>2</sup>, И. Д. Макаренко<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Институт систем информатики имени А. П. Ершова СО РАН

<sup>2</sup>Новосибирский государственный технический университет

<sup>3</sup>Новосибирский государственный университет

Email: y.platonov@mail.ru

В настоящее время программы для управления данными, а также их информационные системы, являются достаточно сложными как в плане их создания, так и в плане их поддержки и управления. Это неизбежно, поскольку современные ИС решают либо широкий спектр связанных бизнес-задач, либо одну, но крайне сложную бизнес-задачу. Также одной из частых проблем, возникающих в современных бизнес-задачах, является то, что в разработке ИС участвуют несколько компаний, которые могут являться конкурентами. В этом случае на компании-агрегаторе (создателе приложения) лежит основная ответственность за управление данными и их безопасность.

В такой ситуации необходимо строго разделять доступ к данным между компаниями – участниками коллаборации, а данные, которые составляют коммерческую тайну, требуется надежно защитить от любых пользователей системы, кроме представителей компании – собственника этих данных.

В настоящее время классическим решением для проектирования распределенных систем управления данными являются такие подходы, как репликация данных и создание систем сервисов на основе мультисервисной архитектуры. Но для обеспечения защиты данных от несанкционированного доступа мы не можем в чистом виде применить ни одно, ни второе решение:

1. Репликация обеспечивает объединение данных со всех узлов системы в единую систему управления данными [1].

2. При классическом построении системы с микросервисной архитектурой, сервис должен решать только одну задачу, но для всей системы (например, работу со справочником) [3].

Нами был предложен метод решения задачи безопасности данных при построении таких систем – используя паттерн CQRS [1, 2] организовать «логическую репликацию» данных с учетом прав пользователя и контекста запросов для получения данных.

Работа выполнена на площадке и при финансовой поддержке ИК ЦТО (Новосибирск).

Список литературы

1. Fowler M. CQRS. URL: <https://martinfowler.com/bliki/CQRS.html>. Дата обращения: 14/07/2024.
2. Young G. CQRS Documents. URL: [https://cQRS.wordpress.com/wp-content/uploads/2010/11/cQRS\\_documents.pdf](https://cQRS.wordpress.com/wp-content/uploads/2010/11/cQRS_documents.pdf). Дата обращения: 14/07/2024.
3. Simic D., Ristic S., Obradovic S. Measurement of the achieved performance levels of the WEB applications with distributed relational database // Electronics and Energetics. Facta Universitatis. 2007. P. 31–43. URL: <http://facta.junis.ni.ac.rs/eae/fu2k71/4obradovic.pdf>. Дата обращения: 14/07/2024.
4. Pautasso C. Microservices in practice. Part 2: Service Integration and Sustainability // IEEE Software. 34 (2). 2017. P. 97–104. doi:10.1109/MS.2017.56. S2CID 30256045. Дата обращения: 14/07/2024

**Методы точных вычислений для решения задач математической физики**

С. В. Селиванова

*Институт систем информатики имени А. П. Ершова СО РАН*

*Санкт-Петербургский Государственный Университет*

E-mail: sweseliv@gmail.com

Подход "точные вещественные вычисления" основан на теории вычислений на непрерывных структурах, которая в значительной степени опирается на классические теории вычислимости и сложности. В этом подходе используется тип данных "точные" вещественные числа; входные и выходные данные кодируются не как конечные строки, а как функции, дающие сколь угодно точные аппроксимации конечного размера с известными границами ошибок аппроксимации.

Доклад посвящен нашим недавним совместным с Holger Thies и с Florian Steinberg, Holger Thies, Martin Ziegler работам, в которых метод точных вычислений применен к конкретным задачам математической физики, описываемым как обыкновенными дифференциальными уравнениями, так и уравнениями в частных производных. Вычисления производятся с произвольной гарантированной точностью в программном пакете iRRAM, основанном на методе точных вычислений. Проведено также теоретическое исследование алгоритмической сложности подхода в каждой из рассматриваемых задач.

Исследование выполнено при поддержке Российского научного фонда, номер проекта 19-71-30002.

## МИНИ-СИМПОЗИУМ

### Моделирование и аппроксимация в математической физике и томографии

#### Численное адаптированное моделирование гидродинамических процессов прибрежных зон в пакете FreeFem++

Е. В. Амосова<sup>1</sup>, В. С. Лемешев<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Институт прикладной математики ДВО РАН

<sup>2</sup>Дальневосточный федеральный университет

E-mail: el\_amosova@mail.ru

Исследуется трехмерная нестационарная модель движения водной среды в прибрежной зоне морской акватории. В большинстве случаев имеющиеся математические модели мелководных систем, основанные на гидростатическом приближении, не охватывают прибрежную анизотропию морей. В то же время имеющиеся немногие трехмерные модели гидродинамических систем для мелководных водоемов, заливов морей, основаны на сеточных методах [1]. В докладе обсуждается применение метода конечных элементов при моделировании динамики прибрежных вод, к трехмерным уравнениям Навье-Стокса с нелинейным несамосопряженным оператором. На основе гидрографической информации используется численный метод восстановления рельефа дна и береговой линии по данным батиметрии, что важно при расчете для прибрежных районов [2].

#### Список литературы

1. Сухинов А. И. Чистяков А. Е. Алексеенко Е. В. Численная реализация трехмерной модели гидродинамики для мелководных водоемов на супервычислительной системе // Матем. моделирование. 2011. Т. 23, № 3. С. 3–21.
2. Амосова Е. В., Кузнецов К.С., Лемешев В.С. Математическое моделирование гидродинамических процессов в прибрежной акватории Японского моря // Труды Ин-та системного программирования РАН. 2022. Т. 34, № 5. С. 221–242.

#### Обзор некоторых обобщений в теории преобразования Радона

Д. С. Аниконов

Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН

E-mail: anik@math.nsc.ru

Настоящее сообщение содержит результаты нескольких работ автора, часть из которых опубликована, а часть находится в печати. В основном, предметом исследования является обобщенное преобразование Радона. Последнее определяется как интегралы по гиперплоскостям в конечномерном евклидовом пространстве. Рассматривается вопрос об определении подынтегрального выражения по заданному семейству интегралов. Специфика исследования состоит в том, что подынтегральная функция зависит не только переменных интегрирования, но и от части переменных, характеризующих гиперплоскости. В результате возникает ситуация, когда размерность известных данных меньше числа переменных неизвестной подынтегральной функции. Такие случаи принято называть недоопределенными и неперспективными для исследования. Возможным компромиссом в такой ситуации может быть постановка задачи об определении только поверхностей разрывов подынтегральной функции. Действуя в этом направлении, удалось обосновать несколько алгоритмов определения искомых поверхностей. При этом использовалась схема рассуждений, обоснованных ранее только для гладких функций. Принципиальным моментом

является введение класса разрывных функций, определенных на специально определенном псевдотопологическом множестве. Этот класс оказался довольно удобным для исследования и естественным для ограничений в теории зондирования, например, в томографии.

Интересно отметить, что ряд полученных результатов оказался новым и для традиционного преобразования Радона. Таков, например, ранее неизвестный метод подъема, позволяющий переходить от четной размерности пространства к нечетной.

Работа выполнена по программе госзадания ИМ СО РАН FWNF-2022-0009.

### **Резервы в стандартном способе обращения преобразования Радона**

Д. С. Аникионов, Д. С. Коновалова, Е. Ю. Балакина

*Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН*

E-mail: anik@math.nsc.ru

Интегральное преобразование Радона состоит в интегрировании некоторой функции по гиперплоскостям в конечномерном евклидовом пространстве. Естественно, обратным действием является нахождение подынтегральной функции по известным интегралам. Не претендуя на обзор темы, скажем только что это преобразование применяется во многих математических областях, из которых здесь мы отметим теорию дифференциальных уравнений и теорию зондирования различных сред физическими сигналами. К основополагающим работам этого направления можно отнести широко известные книги Р. Куранта [1] и Ф. Йона [2], в которых преобразование Радона позволило в пространстве любой размерности свести задачу Коши для гиперболических уравнений к аналогичной задаче для двух переменных. При этом важным этапом работы являлось обращение преобразования Радона. Для этого ими были доказаны формулы обращения при условии гладкости подынтегральных функций.

Однако, что касается использования этих формул для задач зондирования, то упомянутое условие гладкости представляется мало реалистичным для практически важных применений, например, для рентгеновской томографии. Существуют разные способы преодоления указанного затруднения. Один из них состоит в модификации формул обращения для охвата ими разрывных подынтегральных функций. Мы можем обосновать такие более общие формулы обращения, используя схему стандартного доказательства, изложенного, например, в книге Йона [2].

Работа выполнена по программе госзадания ИМ СО РАН FWNF-2022-0009.

#### Список литературы

1. Курант Р. Уравнения с частными производными. Пер. с англ. М.: Мир, 1964. 832 с.
2. Йон Ф. Плоские волны и сферические средние в применении к дифференциальным уравнениям с частными производными. М.: Изд-во иностранной литературы, 1958. 160 с.

### **Фундаментальные свойства дробных степеней неограниченных операторов в банаховых пространствах**

В. С. Белоносов<sup>1</sup>, А. Г. Швець<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН*

<sup>2</sup>*Новосибирский государственный университет*

E-mail: bvs@math.nsc.ru

Тема доклада непосредственно связана с проблемами теории параметрического резонанса для имеющих большое прикладное значение абстрактных уравнений Матьё – Хилла в банаховых пространствах:

$u''(t) = -Au(t) + \varepsilon F(t, u)$ . Здесь  $A$  – линейный оператор,  $\varepsilon$  – малый параметр,  $F(t, u)$  – непрерывное отображение, почти периодическое по переменной  $t$ . В настоящее время достаточно полная теория разработана для уравнений в гильбертовых пространствах с самосопряженными положительными операторами  $A$  (см. [1]). При этом важную роль играет существование сильно непрерывной операторной экспоненты, порожденной квадратным корнем из  $-A$ . Эта экспонента используется для преобразования исходного уравнения в так называемую стандартную форму, которая далее изучается классическим методом усреднения Крылова – Боголюбова. Но для уравнений в банаховых пространствах существование соответствующих квадратных корней и порождение ими сильно непрерывных операторных экспонент для весьма широкого класса операторов  $A$  пока не установлено. В частности, фундаментальные проблемы возникают при рассмотрении дифференциальных операторов Штурма – Лиувилля на конечных промежутках в пространстве непрерывных функций [2]. В докладе приведены результаты исследований авторов о существовании и свойствах квадратных корней для класса абстрактных операторов в банаховых пространствах, включающего операторы Штурма – Лиувилля. В дальнейшем эти результаты будут использованы при выяснении проблемы о порождении сильно непрерывной операторной экспоненты.

#### Список литературы

1. Белоносов В. С. Асимптотический анализ параметрической неустойчивости нелинейных гиперболических уравнений // Математический сборник. 2017. Т. 208, № 8. С. 4–30.
2. Красносельский М. А., Забрейко П. П., Пустыльник Е. И., Соболевский П. Е. Интегральные операторы в пространствах суммируемых функций. М.: Наука, 1966.

#### **Об асимптотике александровского $n$ -поперечника компакта бесконечно гладких периодических функций класса Жевре**

В. Н. Бельх

*Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН*

E-mail: belykh@math.nsc.ru

Указана асимптотика александровского  $n$ -поперечника компакта бесконечно гладких периодических функций класса Жевре, ограниченно вложенного в пространство непрерывных периодических функций.

#### **Локализации рассеивающих неоднородностей по неполным данным ультразвукового зондирования**

П. А. Ворновских<sup>1,2</sup>, И. В. Прохоров<sup>1</sup>

<sup>1</sup>*Институт прикладной математики ДВО РАН*

<sup>2</sup>*Дальневосточный федеральный университет*

E-mail : vornovskikh.polina@gmail.com

В докладе рассматривается обратная задача для нестационарного интегро-дифференциального уравнения переноса высокочастотного акустического излучения, заключающаяся в определении поверхностей разрыва коэффициента рассеяния по временно-угловому распределению плотности потока в заданной точке трехмерного пространства [1, 2]. Для решения обратной задачи предложен численный алгоритм, основанный на введении специальной индикаторной функции, позволяющей явно локализовать местоположение линий разрыва коэффициента рассеяния в любой заданной плоскости. Методами Монте-Карло проведено имитационное моделирование процесса ультразвукового зондирования в мор-

ской среде, продемонстрирована эффективность алгоритма локализации рассеивающих неоднородностей и численно проанализировано влияние неполноты исходных данных на качество томографических изображений.

Работа выполнена в рамках государственного задания ИПМ ДВО РАН (№ 075-00459-24-00) при финансовой поддержке Минобрнауки РФ (соглашение № 075-02-2023-946).

#### Список литературы

1. Ворновских П. А., Прохоров И. В. Локализация поверхностей разрыва коэффициента рассеяния по временно-угловому распределению плотности потока излучения // Сиб. электрон. матем. изв. 2023. Т. 20. № 2. С. 1079-1092.

2. Ворновских П. А., Прохоров И. В., Яровенко И. П. Алгоритмы численного моделирования процессов высокочастотного акустического зондирования в океане // Выч. мет. программирование. 2024. Т. 25. № 1. С. 19-32.

#### **Решение обратной задачи для многомерного интегрального уравнения типа свертки**

А. Ф. Воронин

*Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН*

E-mail: voronin@math.nsc.ru

В докладе рассматривается многомерное интегральное уравнение второго рода типа свертки на ограниченном множестве  $M$ , где  $M$  – подмножество евклидова пространства. Ставится задача определения правой части уравнения (источника) на некотором множестве  $N$ , которое является подмножеством  $M$ , по результатам измерения излучения (решения уравнения) на множестве  $N$ . Предполагается также, что в евклидовом пространстве известен носитель ядра интегрального оператора типа свертки (само ядро не известно). Решение обратной задачи получено в явном виде. Найдены условия единственности решения данной обратной задачи в классе интегрируемых (по модулю) функций.

Работа выполнена в рамках государственного задания ИМ СО РАН (проект FWNF-2022-0009).

#### **Спрятанные аттракторы, неединственность циклов и их локализация в фазовых портретах моделей кольцевых генных сетей**

В. П. Голубятников

*Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН*

E-mail: golubyatn@yandex.ru

Рассматриваются кусочно-линейные динамические системы биохимической кинетики, моделирующие функционирование трехкомпонентных генных сетей, в частности, молекулярных репрессилаторов, регулируемых связями, которые описываются обобщенными пороговыми функциями [1]. С помощью задаваемой этими пороговыми функциями естественной дискретизации фазовых портретов таких динамических систем получены условия неединственности их циклов. В этих фазовых портретах выявлены спрятанные аттракторы систем, описана локализация их циклов, для которых установлены условия устойчивости, [2,3]. Проведены вычислительные эксперименты, иллюстрирующие полученные здесь теоретические результаты. Разработан и реализован, в том числе и с помощью облачных вычислительных ресурсов, геометрический подход к визуализации подобных циклов и содержащих их инвариантных поверхностей для динамических систем больших размерностей, гладких и кусочно-линейных [4, 5].

Работа выполнена в рамках государственного задания ИМ СО РАН, проект FWNF-2022-0009

## Список литературы

1. Tchuraev R. N., Ratner V. A. A continuous approach with threshold characteristics for simulation of gene expression. In: *Molecular Genetic Information Systems. Modelling and Simulation*. Ed. K. Bellman. 1983. Berlin: Verlag. P. 64–80.
2. Голубятников В. П. О неединственности циклов в трехмерных моделях кольцевых генных сетей. *Челябинский физ.-мат. журнал*. 2024. Т.9, № 1. С. 23-34.
3. Golubyatnikov V. P., Ayupova N. B., Bondarenko N. E., Glubokikh A. V. Hidden attractors and nonlocal oscillations in gene networks models // *RJNAMM*. 2024. Vol. 39, N 2. P. 1-7.
4. Golubyatnikov V. P., Akinshin A. A., Ayupova N. B., Minushkina L. S. // *Vavilov J. of Genetics and Breeding*. 2022. Vol. 26, N 8. P. 758–764.
5. Akinshin A. A., Ayupova N. B., Golubyatnikov V. P., Kirillova N. E., Podkolodnaya O. A., Podkolodny N. L. On a numerical model of a circadian oscillator // *Num. Analysis and Appl.* 2022. Vol. 15, N 3. P. 187–196.

**Реконструкция показателя преломления по данным четырехракурсной гильберт-томографии**

О. С. Золотухина<sup>1</sup>, Э. В. Арбузов<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*Институт теплофизики СО РАН*

<sup>2</sup>*Институт математики им. С.Л.Соболева СО РАН*

E-mail: melexina-olga17@yandex.ru

Теневые методы дают возможность визуализировать неоднородности структуры течений и процессов переноса в газовых, жидких и реагирующих средах. Однако, в отличие от методов интерферометрии, они долгое время позволяли получать только качественную информацию об объекте исследования.

Работа [Sakai H., Vanasse G. doi 10.1364/JOSA.56.000131] является одной из первых, в которой была отмечена полезность гильберт-преобразования в оптической фурье-спектроскопии. В монографии [Арбузов В. А., Дубнищев Ю. Н. Методы гильберт-оптики в измерительных технологиях, 2007] теория теневых методов представлена в виде компактного математического аппарата гильберт-оптики. В работе [Arbuzov E. V., Zolotukhina O. S. doi 10.32523/2306-6172-2023-11-4-4-13] использование методов оптимизации для расчета фазовой функции по данным гильберт-диагностики позволило получить численные характеристики оптического поля плотности.

Реконструкция параметров исследуемой среды по фазовой функции в случае плоских задач выполняется элементарно, для осесимметричных структур обработка данных осуществляется с использованием преобразования Абеля. При диагностике сложных структур необходимо использовать методы оптической томографии, для которой характерна проблема малого числа проекций.

В настоящей работе на примере численной модели предложен метод восстановления пространственного распределения показателя преломления фазового объекта по данным, полученным при четырехракурсном гильберт-томографическом зондировании. Алгоритм основан на применении методов Гаусса – Ньютона (для расчета фазовой функции по гильбертограммам) и Гершберга – Папулиса (для реконструкции исследуемых структур при малоракурсной томографии).

Работа первого автора выполнена в рамках государственного задания ИМ СО РАН № FWNF-2022-0009, второго автора – в рамках государственного задания ИТ СО РАН № 121031800217-8.

**Применимость решения задачи о течении Пуазейля для трещин с шероховатыми стенками**В. Н. Лапин<sup>1</sup>, А. С. Золотарев<sup>2</sup><sup>1</sup>Институт теплофизики СО РАН<sup>2</sup>Сколковский институт науки и технологий

E-mail: v.lapin@nsu.ru

Согласно решению задачи о ламинарном течении несжимаемой жидкости в плоском канале с гладкими стенками (течении Пуазейля) производная давления определяется расходом жидкости  $q$ , ее вязкостью  $\mu$  и шириной канала  $w$  посредством соотношения  $\partial p / \partial x = 12 \mu q / w^3$ .

Шероховатость берегов трещин в горных породах сопоставима с их шириной, и предположения, в которых получен кубический закон, в общем случае не выполняется. Тем не менее, он широко используется для описания движения жидкости в естественных и искусственно созданных трещинах при моделировании гидроразрыва и решении задач фильтрации в трещиноватых средах. Построение скорректированного кубического закона, учитывающего шероховатость берегов, обычно проводится на основе экспериментов или трехмерного численного моделирования течения в реальных трещинах. Это позволяет провести только небольшое количество экспериментов, поэтому предлагаемые различными авторами корректировки заметно отличаются, и окончательная теория еще не сформирована.

В настоящей работе средствами ANSYS проведена серия трехмерного численного моделирования ламинарных течений в каналах с шероховатыми стенками. Поверхности каналов задавались в виде периодических функций, и моделирование проводилось в одном элементе поверхности с использованием подробной сетки, обеспечивающей малое значение численной погрешности и отсутствие численных артефактов решения. В результате анализа результатов получена область значений определяющих поверхности параметров, в которой кубический закон и наиболее популярные его корректировки неприменимы, и область значений, в которой приближенные аналитические формулы позволяют вычислить производную давления с высокой точностью. Рассмотренный класс поверхностей и результаты расчетов могут быть использованы для оценки качества предлагаемых в литературе скорректированных кубических законов, которые используются для расчета параметров течения жидкости в шероховатых трещинах.

**Сверхустойчивость и экспоненциальная устойчивость квазилинейных гиперболических систем**

Н. А. Люлько

Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН

E-mail: natlyl@mail.ru

В полуполосе  $\Pi = (x, t) : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq t < \infty$  рассматривается начально-краевая задача для неавтономной квазилинейной гиперболической системы первого порядка

$$\partial_t u_j + A_j(x, t, u) \partial_x u_j + \sum_{k=1}^n B_{jk}(x, t, u) u_k = 0, \quad 0 < x < 1, t > 0, 1 \leq j \leq n,$$

где  $n \geq 2$  и  $u = (u_1, \dots, u_n)$  – неизвестная вещественная вектор-функция. При этом коэффициенты  $A_j$  и  $B_{jk}$  – гладкие функции и  $A_j$  для всех значений аргументов отделены от нуля. В работе найдены граничные условия, задаваемые на сторонах  $\Pi$ , при которых все решения рассматриваемой распавшейся задачи ( $B_{jk} = 0, j \neq k$ ) стабилизируются к нулю за конечное время, не зависящее от начальных данных (свойство сверхустойчивости). В случае нераспавшейся системы эти условия обеспечивают экспоненциальную устойчивость соответствующей начально-краевой задачи.

Работа выполнена в рамках государственного задания Института математики им. С. Л. Соболева СО РАН (проект № FWNF-2022-0008).

#### Список литературы

1. Люлько Н. А. Стабилизация к нулю за конечное время и экспоненциальная устойчивость квазилинейных гиперболических систем // СМЖ. 2023. Т. 64. № 6. С. 1229–1247.

#### **Построение римановых метрик в моделях неоднородных сред**

С. В. Мальцева, Е. Ю. Деревцов

*Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН*

E-mail: sv\_maltseva@mail.ru

Во многих математических моделях, конструируемых с целью исследования прямых и обратных задач, поставленных в неоднородных средах, поведение лучей в рамках лучевого приближения описывается геодезическими римановой метрики. К таким задачам относятся задачи рефракционной тензорной томографии, прямые и обратные задачи сейсмологии, сейсмологии и электроразведки, сейсмологии с внутренними источниками. При построении моделей неоднородных сред с заданными свойствами требуется детальное аналитическое и геометрическое описание характеристик среды, в том числе и точные характеристики геодезических шкалы римановых метрик.

Рассматривается задача построения новых классов римановых метрик при решении обратных задач, поставленных в 2D неоднородных средах. Наряду с обобщением известных метрик постоянной кривизны и метрик, порождаемых заданными в пространстве поверхностями, строятся римановы метрики, конструируемые посредством конформных отображений различных ограниченных и неограниченных областей расширенной комплексной плоскости. Найдены геометрические характеристики таких метрик, такие как метрический тензор, символы Кристоффеля, тензоры кривизны Римана – Кристоффеля и Риччи, скалярная кривизна. Использование конформных отображений привело к нестандартным трактовкам обратных задач, поставленных в полуплоскости, и задач рефракционной тензорной томографии, поставленных в круге.

Работа выполнена в рамках государственного задания ИМ СО РАН, проект FWNF-2022-0009(122041100003-2 (первый автор) и при финансовой поддержке Российского научного фонда, проект 24-21-00200 (второй автор).

#### **Использование обобщенного преобразования Радона для задач обработки изображений**

В. В. Пикалов

*Институт теоретической и прикладной механики СО РАН*

E-mail: vvpikalov@gmail.com

Из большого разнообразия алгоритмов решения задач томографии, часть из них можно использовать для задач распознавания изображений, например, выделения границ областей, контрастирования, поиска выделенных направлений на изображениях и т. п. В докладе приводятся некоторые из этих методов для классической параллельной геометрии получения томографических проекционных данных. Даны обобщения этих методов на задачи инверсии обобщенного преобразования Радона (ОПР), для геометрии веверных и криволинейных траекторий в системах получения проекционных данных. В итерационных алгоритмах инверсии ОПР важное значение имеет выбор начального приближения для итераций. Даются сравнительные характеристики использования примеров такого выбора, при учете априорной информации о решении. Также показаны результаты вариации оператора обратного проецирования, при его замене от среднего арифметического на среднее геометрическое. Испытаны три вида траекторий для ОПР

– параболические, гиперболические и гармонические. У первых двух классов кривых отклонения траекторий от прямолинейности управляются параметрами амплитуды и сдвига минимума/максимума; для класса гармонических кривых управляющих параметров имеется больше. Рассмотрены некоторые методы регуляризации, уменьшающие влияние случайных шумов в обрабатываемом изображении.

### **Восстановление 2D тензорных полей малого ранга по лучевым преобразованиям их моментов**

А. П. Полякова, Е. Ю. Деревцов

*Институт математики им. С. Л. Соболева*

E-mail: apolyakova@math.nsc.ru

Рассматриваются продольные, поперечные и смешанные лучевые преобразования моментов 2D тензорных полей ранга менее пяти. Тензорные поля принадлежат трем различным классам. Первый состоит из произвольных полей общего вида, второй – это симметричные поля, и третий – разность первых двух. В частности, разность произвольного и симметричного полей ранга два есть кососимметричное поле, разности тензорных полей более высокого ранга устроены более сложным образом. Продольные и поперечные лучевые преобразования моментов определены для тензорных полей произвольного ранга, количество и сложность смешанных преобразований моментов зависят от ранга поля. Так, для полей ранга  $m$  количество различных смешанных преобразований моментов равно  $(m - 1)$ .

Симметричные тензорные поля и их продольные лучевые преобразования моментов хорошо изучены в евклидовых пространствах произвольной размерности, в меньшей степени исследованы они при задании полей в римановых многообразиях. Намного меньше известно лучевых преобразованиях моментов произвольных и разностях произвольных и симметричных тензорных полей. Работа посвящена устранению лакун в данной области. Установлены геометрические и дифференциальные свойства лучевых преобразований и их взаимосвязей. Намечены процедуры и методы обращения операторов лучевых преобразований моментов тензорных полей малого ранга.

Работа первого автора финансово поддержана государственным заданием ИМ СО РАН (проект FWNF-2022-0009 (122041100003-2)). Второй автор финансово поддержан Российским научным фондом (проект 24-21-00200).

### **Алгоритмы восстановления двумерного симметричного 2-тензорного поля по лучевым преобразованиям его моментов**

И. Е. Светов<sup>1,2</sup>, А. П. Полякова<sup>1</sup>, С. В. Мальцева<sup>1</sup>

<sup>1</sup>*Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН*

<sup>2</sup>*Новосибирский государственный университет*

E-mail: svetovie@math.nsc.ru

Исследование лучевых преобразований моментов тензорных полей в последние годы является актуальной тематикой исследований. В большинстве работ исследуются традиционные вопросы восстановления тензорных полей. Однако совсем немного работ, посвященных получению и изучению формул или процедур обращения, алгоритмов решения задач восстановления тензорных полей по лучевым преобразованиям их моментов.

В докладе предложены и обоснованы алгоритмы восстановления симметричного 2-тензорного поля по известным продольным или поперечным лучевым преобразованиям его моментов. Доказана невозможность восстановления 2-тензорного поля по известным смешанным лучевым преобразованиям моментов. Численно исследованы свойства нескольких алгоритмов.

Работа осуществлена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект 24-21-00200).

**Численное решение обратных задач об источнике в геомониторинговых системах**

М. С. Хайретдинов, О. А. Копылова, Г. М. Шиманская

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

E-mail: marat@opg.sccc.ru

В рамках проблемы геомониторинга окружающей среды, связанной с выявлением экологоопасных источников в окружающей среде, возникают необходимость решения задач по их обнаружению, определению местоположения и идентификации типов. Исходными для решения перечисленных задач являются порождаемые источниками сейсмические волны в земле и акустические в атмосфере.

Решение задач рассматривается как решение совмещенных обратных задач по исходным данным от сети пространственно-распределенных датчиков с использованием кинематических характеристик в виде вектора времен вступлений и динамических характеристик в виде спектральных функций, соотношенных к волновым формам колебаний от источников.

Одно из существенных требований к процессу геомониторинга связано с необходимостью решения задач в оперативном режиме, т. е. в режиме реального времени, в условиях высокого уровня внешних помех и с повышенной точностью. С учетом этого в работе предлагается вычислительная технология решения рассматриваемых задач с применением комплекса алгоритмов обработки и численного анализа данных: вейвлет-интерполяция волновых форм, преобразования Гильберта для статистического оценивания вектора времен прихода волн с повышенной точностью, быстродействующего алгоритма решения обратных задач определения местоположения источников, нейросетевого алгоритма распознавания их типов.

Высокая эффективность предложенных подходов обосновывается результатами численного моделирования и натурных экспериментов по решению задач геолокации и распознавания типов источников.

**Экстраполяционный метод улучшения качества идентификации состава неизвестной среды методами импульсной рентгеновской томографии**

И. П. Яровенко, И. В. Прохоров

*Институт прикладной математики ДВО РАН*

E-mail: yarovenko.ip@dvfu.ru

Задачи рентгеновского исследования среды, в частности, идентификации химического состава неизвестного вещества, интересны с точки зрения теории и имеют очевидную практическую ценность. Подобные задачи возникают при идентификации веществ, подлежащих таможенному контролю, дифференцировке мягких тканей при их медицинской визуализации, при исследовании строения минералов сложного химического состава и т. д.

В данной работе задача идентификации состава многокомпонентной рассеивающей среды рассмотрена в рамках теории переноса излучения. Предполагается, что заранее известен список потенциально содержащихся в исследуемой среде веществ, каждое из которых характеризуется своими значениями коэффициента ослабления для различных значений энергии зондирующего излучения. Исходными данными в задаче является набор проекционных данных томографического просвечивания среды на дискретном наборе энергий.

Идея метода заключается в выборе из списка потенциально присутствующих веществ тех, которые имеют минимальное среднеквадратичное отклонение на всем наборе энергий от значений, восстановленных из проекционных данных. В такой постановке критически важным является точность восстанов-

ления значений коэффициента ослабления исследуемой среды, в частности уменьшение влияния рассеяния на качество томограмм. В рамках исследования для дискриминации рассеянного сигнала предлагается применять экстраполяцию плотности потока выходящего излучения по данным многократного просвечивания импульсами различной длительности, в область сверхмалых значений параметра. Это позволяет асимптотически выделить баллистическую компоненту и исключить вклад рассеяния. В работе на ряде численных экспериментов продемонстрирована работоспособность данного подхода и установлены оценки длительности импульса и количество энергетических уровней облучения среды необходимых для однозначной идентификации веществ.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-21-00378, <https://rscf.ru/project/23-21-00378/>.

## МИНИ-СИМПОЗИУМ

### Цифровые двойники природных и технических систем

#### Использование стохастических генераторов погоды в структурно-параметрической оптимизации природно-технических систем

А. В. Еделев<sup>1,2</sup>, Д. Н. Карамов<sup>1,3</sup>, В. А. Огородников<sup>4</sup>, Н. А. Каргаполова<sup>4</sup>, М. С. Акентьева<sup>4</sup>

<sup>1</sup>Институт систем энергетики им. Л. А. Мелентьева СО РАН

<sup>2</sup>Институт динамики систем и теории управления имени В.М. Матросова СО РАН

<sup>3</sup>Иркутский национальный исследовательский технический университет

<sup>4</sup>Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН

E-mail: flower@isem.irk.ru

Ярким примером природно-технических систем, расположенных на Байкальской природной территории (БПТ), являются энергетические комплексы локального уровня (микросети). В микросетях из-за жестких экологических ограничений, накладываемых законодательством РФ в отношении БПТ, можно использовать только возобновляемые источники энергии (ВИЭ). Такие ВИЭ, как ветроэлектрические установки (ВЭУ) и фотоэлектрические преобразователи (ФЭП), являются неуправляемыми источниками. Неравномерность выработки ими электроэнергии должна компенсироваться аккумуляторными батареями (АБ) и дизель-генераторными установками (ДГУ), включение которых в проектируемую микросеть значительно увеличивает капитальные и эксплуатационные затраты. Предлагается использовать стохастические генераторы погоды (СГП) для моделирования в заданной пространственной точке на БПТ: 1) приземной температуры воздуха (графики потребления тепла и электроэнергии); 2) модуля скорости ветра (выработка электроэнергии ВЭУ); 3) облачности (выработка электроэнергии ФЭП).

Основная цель данной работы – постановка задачи уточнения требуемого размера инвестиций в проектируемую или модернизируемую микросеть за счет повышения качества моделирования природно-климатических условий функционирования и развития этих ПТС с помощью СГП.

Работа выполнена в рамках гранта № 075-15-2024-533 Министерства науки и высшего образования РФ на выполнение крупного научного проекта по приоритетным направлениям научно-технологического развития (проект "Фундаментальные исследования Байкальской природной территории на основе системы взаимосвязанных базовых методов, моделей, нейронных сетей и цифровой платформы экологического мониторинга окружающей среды", рег. № 124052100088-3).

#### Алгоритмы стабилизации биоинженерных объектов

С. И. Колесникова, М. Д. Поляк, А. А. Фоменкова, А. А. Щеголева

Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения

E-mail: skolesnikova@yandex.ru

Рассмотрены многомерные модели неустойчивых биофизических систем с неопределенностями в описании как случайного, так и систематического характера, а именно модели: инфекционного заболевания; процессы анаэробной ферментации в биореакторе; процессов водной экосистемы – описание которых представлено в форме систем нелинейных ОДУ с возмущениями по каналу управления.

Результатом исследования является математический аппарат, алгоритм и функциональная схема конструирования системы управления объекта в пространстве аттрактивных многообразий с переключе-

ниями между ними для сохранения стабильности в целом. В связи с этим для каждого целевого многообразия конструируется регулятор, названный опорным, основанный на принципах синергетической теории управления (А. А. Колесников) и нелинейной адаптации на целевом многообразии, обобщенных впоследствии на стохастический случай.

Используются принципы физической теории управления (А. А. Красовский) и теории систем с изменяющейся структурой, обусловленные кибернетическим законом необходимого разнообразия: "in active regulation only variety can destroy variety" (Ashby).

Исследование поддержано грантом Российского научного фонда № 23-29-00336.

### **Цифровые двойники в мониторинге загрязнения атмосферы городов**

В. Ф. Рапута, А. А. Леженин

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

E-mail: raputa@sscc.ru

При численном анализе данных мониторинга загрязнения территорий городов используется оптимизационный подход, позволяющий устанавливать определенные компромиссы между результатами экспериментальных исследований и модельными описаниями атмосферного переноса и накопления примесей. В итоге разработан комплекс геоинформационных моделей контроля и интерпретации данных геохимического мониторинга и управления качеством атмосферного воздуха, который представляет собой "цифровой двойник" процессов загрязнения атмосферы города.

В докладе обсуждаются методы численного анализа данных сетевого мониторинга загрязнения территорий городов Сибири на основе моделей реконструкции, интерполяционных и мажорантных моделей оценивания полей концентраций примеси, использования спутниковой информации для целей управления тепловыми и динамическими характеристиками выбросов дымовых смесей из труб ТЭЦ и промышленных предприятий с учетом метеорологических условий, технико-экономических ограничений [1]. Рассмотрены применения методов асимптотических представлений полей загрязнения городских территорий для выявления статистических связей между концентрациями поллютантов на различных пунктах наблюдений, а также зависимостей экстремальных концентраций от неблагоприятных метеоусловий. Установленные связи позволяют численно восстанавливать и уточнять результаты измерений, выявлять дополнительные источники эмиссии, а также осуществлять контроль получаемой экспериментальной информации на постах [2].

Работа выполнена в рамках темы госзадания для ИВМиМГ СО РАН (FWNM-2022-0003).

#### Список литературы

1. Амикишиева Р. А., Рапута В. Ф., Леженин А. А. Оценивание траекторий подъема дымовых смесей от высотных труб по спутниковой информации // Выч. технологии. 2023. Т. 28, № 6. С. 6–16.
2. Рапута В. Ф., Леженин А. А., Сурнин В. А., Корунев А. О. Анализ данных наблюдений длительного загрязнения атмосферы города Иркутска // Интерэкспо Гео-Сибирь. 2023. Т. 4, № 1. С. 136-142.

**Создание цифрового двойника пороговых состояний безопасных энергетических систем и анализ безопасности**

А. Н. Роголёв<sup>1</sup>, Н. А. Федорова<sup>2</sup>, Р. В. Вензелев<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Институт вычислительного моделирования СО РАН

<sup>2</sup>Сибирский федеральный университет

<sup>3</sup>Красноярская энергетическая компания

Email: rogalov@icm.krasn.ru

**Актуальность.** Многие исследователи отмечают, что в электроэнергетике сложилась сложная ситуация: для выполнения расчетов, для исследований и даже для управления режимами энергосистем использовались иностранные программно-аппаратные комплексы, которые затем стали недоступны — прекратились продажи, остановилась поддержка. Это может нарушить энергетическую безопасность страны. Принципиальным выводом из этих результатов является необходимость оценивать границы областей всех допустимых состояний технических систем, что развивается в работах А. Н. Роголёва, например, [1]. Математический аппарат для этого исследуется и разрабатывается также в [2, 3].

В работе предлагается описать создание цифрового двойника пороговых состояний безопасных энергетических систем (ЦДПСБЭС). Цифровой двойник – виртуальная копия (модель) энергосистемы и процессов работы этого объекта.

В цифровом двойнике предлагается реализовать следующие функции:

1. Оценивать динамику частот многозональной энергосистемы с использованием анализа множеств достижимости при возмущении ее параметров. Будут получены границы, которые гарантированно содержат траектории всех состояний, то есть являются границами областей безопасности.

2. Моделировать пороговые состояния безопасных энергосистем, отражающие динамическое поведение различных компонентов, взаимодействующих в электрической сети, что важно для анализа наблюдаемых явлений, которые нелегко воспроизвести путем простых экспериментов. Это помогает прогнозировать возможное появление некоторых низкочастотных колебаний (VFLO), ставящих под угрозу безопасность работы электроэнергетической системы, ограничивая использование гидроэнергетических и тепловых энергетических станций. Одно из возможных объяснений состоит в неоднородности структуры электроэнергетической системы, в нарушении когерентности движения генераторов в электромеханическом переходном процессе и статистической неустойчивости под влиянием возмущающих воздействий.

Список литературы

1. Rogalev A. N. Set of solutions of ordinary differential equations in stability problems // Continuum Mechanics, Applied Mathematics and Scientific Computing: Godunov's Legacy / Ed. by G. Demidenko, E. Romenski, E. Toro, M. Dumbser. Springer Nature Switzerland AG, 2020. P. 307–312. <https://doi.org/10.1007/978-3-030-38870-6>.

2. Rogalev A. N., Rogalev A. A., Feodorova N. A. Malfunction analysis and safety of mathematical models of technical systems // J. of Phys.: Conf. Ser. 2020. Vol. 1515. Art. Num. 22064. DOI: 10.1088/1742-6596/1515/2/022064.

3. Вензелев Р. В., Баранова М. П., Роголёв А. Н. Применение нейронных сетей и методологии поверхностей отклика для прогноза показателей плоскостного электрического контакта шин // Энергия единой сети. 2024. № 1. С. 20–29. eLIBRARY ID:64170509. EDN: IZSEMT.

# **МАРЧУКОВСКИЕ НАУЧНЫЕ ЧТЕНИЯ – 2024**

## **Тезисы Международной конференции**

7–11 октября 2024 г.

Академгородок, Новосибирск, Россия

Электронное издание

Редактор и верстка О. Г. Заварзина

Объем PDF-файла 2,676 Мб.

Уч.-изд. л. .

Формат 60×84 1/8

Принято к публикации 29.10.2024

Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН

Адрес: 630090, Новосибирск, просп. акад. Лаврентьева, д. 6