

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
ИНСТИТУТ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ
И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГЕОФИЗИКИ



Международная конференция
«МЕТОДЫ МОНТЕ-КАРЛО И ПРИЛОЖЕНИЯ»,
посвященная памяти чл.-корр РАН Г. А. Михайлова
(ММКП-2026)

Тезисы



МАТЕМАТИЧЕСКИЙ
ЦЕНТР В АКАДЕМГОРОДКЕ

N* Новосибирский
государственный
университет
***НАСТОЯЩАЯ НАУКА**

Новосибирск, Россия
5-9 октября 2026 г.

**РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
ИНСТИТУТ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГЕОФИЗИКИ**

МЕТОДЫ МОНТЕ-КАРЛО И ПРИЛОЖЕНИЯ

**Тезисы Международной конференции,
посвященной памяти чл.-корр. РАН Г. А. Михайлова**

5–9 октября 2026 г.
Академгородок, Новосибирск, Россия

Новосибирск
2026

Программный комитет

Сопредседатели программного комитета: Чл.-корр. РАН Михайлов Г.А. (ИВМиМГ СО РАН), д.ф.-м.н. Сабельфельд К.К. (ИВМиМГ СО РАН), проф. РАН Марченко М.А. (директор ИВМиМГ СО РАН)

Секретарь программного комитета – канд. физ.-мат. наук. Лотова Г.З. (ИВМиМГ СО РАН)

Члены программного комитета: д.ф.-м.н. Аверина Т.А. (ИВМиМГ СО РАН), д.ф.-м.н. Войтишек А.В. (ИВМиМГ СО РАН), д.ф.-м.н. Гусев С.А. (ИВМиМГ СО РАН), д.ф.-м.н. Ермаков С.М. (СПбГУ), д.ф.-м.н. Журавлева Т.Б. (ИОА СО РАН), д.ф.-м.н. Каргаполова Н.А. (ИВМиМГ СО РАН), д.ф.-м.н. Каргин Б.А. (ИВМиМГ СО РАН), д.ф.-м.н. Перцев Н.В. (ОФ ИМ СО РАН), д.ф.-м.н. Пригарин С.М. (ИВМиМГ СО РАН), д.ф.-м.н. Рогазинский С.В. (ИВМиМГ СО РАН), д.ф.-м.н. Учайкин В.В. (УлГУ)

Организационный комитет

Председатель организационного комитета – канд. физ.-мат. наук. Лукинов В.Л. (ИВМиМГ СО РАН)

Секретарь организационного комитета – *Смирнов Д.Д.* (ИВМиМГ СО РАН)

Члены организационного комитета: *Заварзина О.Г., Аксюк И.А., канд. физ.-мат. наук Каблукова Е.Г., канд. физ.-мат. наук Киреева А.Е., Кабацкая М.В., канд. физ.-мат. наук Медведев И.Н., канд. физ.-мат. наук Ухинова О.С., Шафигулин И.А.*

СОДЕРЖАНИЕ

ПЛЕНАРНАЯ СЕКЦИЯ.....	4	Е. Г. Каблукова, К. К. Сабельфельд	23
Т. А. Аверина	4	А. Е. Киреева, К. К. Сабельфельд, Д. С. Абрамкин..	24
В. П. Будак, Д. С. Ефременко	4	И. Ю. Кузьмина, В. П. Бусыгин	25
Т. Б. Журавлева	5	Г. З. Лотова, Г. А. Михайлов, С. В. Рогазинский	26
Е. В. Карачанская	6	В. Л. Лукинов	26
Н. А. Каргаполова, М. С. Акентьева,		М. Ю. Маркевич, К. К. Сабельфельд	27
А. Ц. Батожапова, Ш. Ли	6	И. Н. Медведев	27
Б. А. Каргин, П. Чжэн, Е. Г. Каблукова	7	А. Н. Моисеев, Н. А. Луценко, С. Е. Воробейчиков .	28
К. К. Логинов	8	А. А. Назаров, А. С. Иванова, С. В. Пауль	28
Г. А. Михайлов, Г. З. Лотова, С. В. Рогазинский	8	И. М. Насртдинов, Т. Б. Журавлева	29
А. А. Морозов, М. Ю. Плотников	9	Е. Ю. Омельченко, А. А. Нозик, А. О. Светличный ..	30
Н. В. Перцев	10	Р. А. Пакин	31
К. А. Рыбаков	10	К. С. Петров, И. А. Кудрявцева, К. А. Рыбаков	31
К. К. Сабельфельд	11	Л. В. Пехтерева	32
М. В. Тарасенков, М. В. Энгель, А. С. Богданова,		Н. А. Попов, К. К. Сабельфельд	33
Е. В. АнтимONOва, А. В. Шестерикова	12	О. С. Постнова	33
Т. М. Товстик	12	С. М. Пригарин, Е. Г. Каблукова	34
R. Makarov	13	С. В. Рогазинский, Г. З. Лотова, Г. А. Михайлов	34
A. Rasulov	13	А. Ю. Рождественский	35
R. T. Sibatov, V. V. Uchaikin	14	С. А. Роженко	35
УСТНЫЕ ДОКЛАДЫ	15	К. А. Рыбаков, Т. А. Аверина	36
Т. А. Аверина, М. В. Кабацкая	15	Н. В. Сергеева	37
Г. И. Агарков	15	М. Н. Сидорова, С. В. Шеберстов, Д. И. Глуховец ..	37
И. А. Аксюк, К. К. Сабельфельд	16	Д. Д. Смирнов, К. К. Сабельфельд	38
Ч. Ань	17	Н. В. Трачева	38
Б. Э. Бабаева, А. А. Назаров	17	А. Р. Халиуллина	39
М. О. Быковская, Н. А. Каргаполова	18	П. Чжэн, Б. А. Каргин, Е. Г. Каблукова	40
А. В. Голубков, А. В. Цыганов, Ю. В. Цыганова	18	И. А. Шалимова, К. К. Сабельфельд	41
С. А. Гусев	19	И. А. Шафигулин, К. К. Сабельфельд	41
А. Н. Дворников, В. Л. Лукинов	20	Е. В. Шкарупа, М. Ю. Плотников	42
И. И. Дегтярев, Д. А. Цветков, А. Р. Цветкова,		Н. Х. Шлымбетов, У. П. Сейтмуратов,	
А. А. Ларионов, М. А. Макарова, С. В. Морозов,		А. В. Войтишек	43
А. Т. Федоров, С. К. Шаров, К. В. Сухарев	21	Л. В. Ярков, А. А. Шевырин, Е. А. Бондарь	44
М. Л. Жарков, А. Л. Казаков, А. А. Лемперт	21	V. A. Chuikin, A. O. Svetlichny	44
Д. Д. Желтова, У. П. Сейтмуратов, А. В. Войтишек .	22	S. D. Liubimov, N. Gerasimeniuk, A. Korneev,	
Е. Г. Каблукова, С. М. Пригарин	23	A. Molochkov	45
		О. Р. Makogonova, P. P. Lukianchenko	46
		Q. Mu	47
		A. A. Tokaeva	47

ПЛЕНАРНАЯ СЕКЦИЯ

Анализ проекционной оценки распределения решения систем со случайной структурой с постоянными интенсивностями перехода

Т. А. Аверина

Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН

Данная работа посвящена построению рандомизированных проекционных оценок плотности вероятности компонент решения систем со случайной структурой. Для системы с марковской структурой с распределенными переходами с постоянными интенсивностями перехода построено обобщение алгоритма проекционного оценивания совокупности плотностей распределения вероятностей [1–2], описывающих вектор состояния нелинейной системы с использованием ортонормированных полиномов Лежандра на произвольном отрезке $[a, b]$.

Апробация алгоритма проведена на системе со случайной структурой, которая описывает сглаживание случайного двоичного сигнала нелинейным инерционным фильтром. Такая модель пеленгационной характеристики отражает сущность физических процессов, протекающих в следящих системах с возможными чередующимися срывами и восстановлением связи.

Проведено численное сравнение проекционных оценок с традиционным вариантом оценивания (гистограммой).

Исследования выполнены в рамках государственного задания ИВМиМГ СО РАН FWNM-2025-0002.

Список литературы

1. Аверина Т. А., Михеев Я. В. Статистический алгоритм моделирования проекционной оценки распределения решения систем со случайной структурой // Актуальные проблемы математики и информационных технологий : Материалы 7-й Всерос. конф., Махачкала, 2–4 февр. 2026 г. Махачкала: Изд-во ДГУ, 2026. С. 7–10.

2. Аверина Т. А., Михеев Я. В. Проекционное оценивание распределений при анализе систем со случайной структурой // Диф. уравн. и проц. управления. 2026. № 2. С. 40–48.

Моделирование решения уравнения глобального освещения двойными локальными оценками метода Монте-Карло с ускорением на основе нейронных сетей

В. П. Буда¹, Д. С. Ефременко²

¹НИУ "Московский энергетический институт"

²НИУ Высшая школа экономики

В работе рассматривается задача моделирования световых полей на основе уравнения глобально освещения – уравнение переноса излучения в среде с отражением и преломлением на границах, – лежащее в основе визуализации полей яркости. Универсальным численным инструментом является метод Монте-Карло с трассировкой лучей, но классическая постановка метода сталкивается с противоречием: стандартное уравнение визуализации сформулировано для поверхностей, тогда как трассировка лучей происходит в объеме сцены. В нашей работе это противоречие разрешается путем перехода к объемной формулировке уравнения глобального освещения, что позволяет применять метод двойных локальных оценок Монте-Карло, который дает возможность напрямую рассчитывать яркость в произвольной точке пространства по любому заданному направлению.

Ключевое преимущество локальных оценок заключается в том, что даже при трассировке всего лишь одного луча формируется приближенное, пусть и шумное, изображение всей сцены. Процесс накопления

выборки можно интерпретировать как последовательность шумных кадров, постепенно сходящихся к физически корректному, бесшумному результату. Такая интерпретация открывает путь к радикальному ускорению расчетов с помощью нейронных сетей.

Первая стратегия заключается в применении сверточных нейросетей в качестве интеллектуальных фильтров для постобработки последовательности шумных кадров, генерируемых локальными оценками. Сеть обучается различать корреляционные зависимости в яркости от шума, восстанавливая детали (тени и блики) при минимальной выборке лучей. Вторая стратегия использует идеи *flow matching* для оптимального семплирования: нейросеть аппроксимирует транспортное распределение вероятностей траекторий фотонов, итеративно сдвигая выборочные точки из априорного распределения в область значимых вкладов в освещенность, что радикально уменьшает дисперсию оценки.

Представленный подход, сочетающий физически корректное моделирование методом Монте-Карло с мощью нейросетевых технологий, открывает новые возможности для фотореалистичной визуализации с высоким уровнем детализации.

Имитационное моделирование радиационных характеристик кристаллической облачности с учетом вариаций микроструктуры и эффектов стохастической геометрии (видимый диапазон)

Т. Б. Журавлева

Институт оптики атмосферы СО РАН

Несмотря на признание того факта, что кристаллические облака существенно влияют на климатическую систему Земли посредством регулирования баланса радиационной энергии атмосферы, фундаментальные представления об их микрофизических, оптических и радиационных свойствах все еще остаются в достаточной степени ограниченными. Расхождения между результатами моделирования в рамках климатических моделей и данными наблюдений вызваны не только проблемами в воспроизведении частоты появления, сезонной изменчивости, положения облачного слоя в атмосфере и т.д., но и недостаточно реалистичными предположениями о микрофизических характеристиках кристаллических облаков, а также радиационными кодами, используемыми в оперативных алгоритмах расчета радиационных свойств и восстановления параметров облачности и моделях климата.

В докладе кратко описаны две общепринятые оптические модели кристаллической облачности: 1) модель, представленная в пакете OPAC (Optical Properties of Aerosol and Clouds, гладкие гексагональные столбики и розетки); 2) разработанная группой авторов (Baum B. A., Yang P., Neymsfield A. J. и др.) модель BУН (смесь частиц различной формы и размеров с шероховатой поверхностью). В обеих моделях предполагается, что частицы хаотически ориентированы. Данные численных расчетов, выполненные в широком диапазоне входных параметров, иллюстрируют отличия угловой структуры полей яркости в присутствии сплошной горизонтально однородной облачности, вызванные отличием оптических характеристик в моделях OPAC и BУН.

Для оценки эффектов анизотропии кристаллических облаков, состоящих из горизонтально ориентированных гексагональных пластинок, используется модель, развитая в группе Борового А. Г. (ИОА СО РАН, г. Томск). Помимо особенностей, обусловленных собственно анизотропией среды, обсуждается степень влияния отражения от подстилающей поверхности и наличие молекулярно-аэрозольного компонента атмосферы на угловую структуру поля уходящей радиации.

Обсуждается совместное влияние эффектов стохастической геометрии облаков и неопределенности в задании формы и размеров частиц на средние значения альбедо и диффузного пропускания в зависимости от условий освещенности и оптической толщины облаков. Моделирование 3D-эффектов кристаллических облаков, аппроксимированных вытянутыми протяженными полосами, выполнено с использованием развитого Г. А. Титовым метода замкнутых уравнений и оптических моделей OPAC и VYN.

Работа выполнена в рамках государственного задания ИОА СО РАН FWRU-2026-0005.

К задаче о разладке

Е.В. Карачанская

Дальневосточный государственный университет путей сообщения

Классическая задача о разладке для случайного процесса часто сводится к проблеме момента остановки, т.е. момента времени, когда происходит резкое изменение вероятностных характеристик. По сути, это момент сбоя. Предлагается рассмотрение задачи о разладке в контексте недопущения с вероятностью 1 последствий таких сбоев.

Математическая модель случайного процесса, соответствующего большинству реальных процессов, протекающих в открытых системах, может быть представлена в виде стохастического дифференциального уравнения Ито с пуассоновскими возмущениями:

$$dx(t) = A(t, x(t))dt + B(t, x(t))dw(t) + \int g(t, x(t), y) v(dy, dt) \quad (1)$$

$$x(0) = x_0, \quad x(t) \in R^n, \quad n \geq 2, \quad t \geq 0.$$

Если рассматриваемый процесс обладает инвариантом (первым интегралом) – функцией $u(t, x)$ со свойством $u(t, x(t)) = u(0, x_0)$, то введение индикаторного случайного процесса $\chi(t)$, который может принимать только значения 1 или 0, в уравнение процесса (1) в виде

$$dx(t) = \chi(t)dx(t) + (1 - \chi(t))dx(t), \quad x(0) = x_0, \quad t \geq 0,$$

и использование программного управления с вероятностью 1 позволяют избежать разладки и сохранить инвариант. Индикаторный случайный процесс в данном случае моделирует случайные моменты времени, в которые происходит сбой. Процесс $\chi(t)$ может быть, например, таким: $\chi(t) = 0/5(1 + 2\cos[\pi N(t)])$, где $N(t)$ – пуассоновский процесс с параметром λ , не связанный с пуассоновской мерой случайного процесса (1).

Случайный процесс, представимый в виде смеси независимых гауссовских: свойства, методы восстановления параметров, применение для моделирования метеорологических процессов

Н. А. Каргаполова¹, М. С. Акентьева¹, А. Ц. Батожапова², Ш. Ли²

¹Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН

²Новосибирский государственный университет

В докладе представлены результаты исследования случайных процессов, формируемых как смеси независимых стационарных гауссовских процессов, в которых переключение между автономно развивающимися компонентами происходит согласно случайному индикаторному процессу. Приведены явные аналитические выражения основных вероятностных характеристик – функций одномерного распределения, математического ожидания, автоковариационной функции.

Обсуждаются различные подходы к восстановлению параметров гауссовских компонент и индикаторного процесса. В частности, для случая, когда индикаторный процесс есть последовательность независимых бернуллиевских величин, а гауссовские процессы суть процессы авторегрессии первого порядка, представлен подход к восстановлению параметров на основе метода моментов, а также сформулированы ограничения на область применения этого подхода. Если же гауссовские процессы отличны от процессов авторегрессии первого порядка, предложен двухэтапный метод оценивания параметров, использующий ЕМ-алгоритм. Для более сложного случая, когда индикаторный процесс представляет собой стационарную цепь Маркова первого порядка, а гауссовские процессы имеют экспоненциальные корреляционные функции, приведены аналитические выражения для нахождения параметров.

Приведены примеры применения рассматриваемого процесса для численного моделирования временных рядов температуры воздуха и индекса холодового стресса. Параметры компонент смеси и индикаторного процесса восстанавливались по массиву данных реальных метеонаблюдений и данным реанализа.

Исследования выполнены в рамках государственного задания ИВМиМГ СО РАН FWNM-2025-0002.

Численное решение проблемы Милна в задачах оптики океана методом Монте-Карло

Б. А. Каргин¹, П. Чжэн², Е. Г. Каблукова¹

¹*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

²*Новосибирский государственный университет*

Работа посвящена исследованию глубинного режима переноса оптического излучения в системе "океан – атмосфера", так называемая проблема Милна [1], методом Монте-Карло. В условиях проникновения солнечного излучения в глубину морской воды формируется асимптотический режим переноса [2], при котором угловое распределение яркости приобретает стационарный характер. Для моделирования данного режима разработан и реализован весовой алгоритм метода Монте-Карло, позволяющий эффективно рассчитывать характеристики светового поля на больших оптических расстояниях. В модели учитываются процессы многократного рассеяния и поглощения излучения в морской среде, а также влияние границы раздела "океан – атмосфера". Для описания анизотропного рассеяния используются сильно вытянутые индикатрисы, характерные для морской воды. В ходе численного моделирования найдены пространственные и угловые распределения интенсивности излучения на различных оптических глубинах. Полученные результаты сравниваются с аналитическими решениями и полуэмпирическими приближениями теории переноса излучения [3]. Результаты работы могут быть использованы при решении задач подводной оптики, дистанционного зондирования океана и исследования энергетического баланса морской среды.

Исследования выполнены в рамках государственного задания ИВМиМГ СО РАН FWNM-2025-0002.

Список литературы

1. Масленников М. В. Проблема Милна с анизотропным рассеянием // Труды МИАН СССР. 1968. Т. 97. С. 3–134.
2. Зеде Э. П., Иванов А. П., Кацев И. Л. Перенос изображения в рассеивающей среде. Минск: Наука и техника, 1985. 328 с.
3. Чжэн П., Каргин Б. А., Каблукова Е. Г. Численное решение проблемы Милна в задачах оптики океана методом Монте-Карло // Вычисл. технол. (Принята в печать).

Стохастическое моделирование процесса контактного цитолиза инфицированных вирусами клеток при врожденном иммунном ответе

К. К. Логинов

Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН

В работе представлена непрерывно-дискретная стохастическая модель, описывающая процесс контактного цитолиза при врожденном иммунном ответе. Врожденный иммунитет представлен различными компонентами и, в частности, включает популяцию естественных (натуральных) клеток-киллеров (NK-клеток). NK-клетки индуцируют гибель инфицированных вирусами клеток-мишеней, доставляя в указанные клетки летальные вещества или поставляя им киллерные сигналы. Эту форму цитотоксичности обозначают как контактный цитолиз, при этом имеет место феномен рециклинга: NK-клетки не только сохраняют жизнеспособность, но вскоре могут участвовать в аналогичных актах цитолиза. Таким образом, в модели должны учитываться относительно небольшая численность вирусных частиц и инфицированных клеток, а также парные взаимодействия NK-клеток и продуктивно-инфицированных клеток. Помимо этого, модель должна рассматриваться на некотором промежутке времени, в течение которого не учитываются процессы, связанные с началом развития адаптивного иммунного ответа и его влияния на инфекционный процесс. Описана вероятностная формализация модели и представлен алгоритм численного моделирования, основанный на методе Монте-Карло. Для построения модели используются результаты теории скачкообразных марковских процессов и формализация истории развития популяций с помощью семейств уникальных типов индивидуумов. Проведено аналитическое исследование упрощенного варианта модели в форме ветвящегося процесса и анализ условий искоренения или развития инфекции. Продемонстрированы результаты вычислительных экспериментов, позволяющие оценить время до искоренения инфекции и динамику снижения количества клеток-мишеней в условиях развития инфекции.

Работа выполнена в рамках государственного задания Института математики им. С. Л. Соболева СО РАН, проект FWNF-2026-0033.

N-частичные алгоритмы метода Монте-Карло

Г. А. Михайлов, Г. З. Лотова, С. В. Рогазинский

Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН

Решение нелинейных кинетических уравнений, описывающих процесс переноса, осуществляется методом Монте-Карло с моделированием нелинейного Пуассоновского точечного процесса взаимодействий частиц – элементов процесса. В ряде случаев может быть эффективным (в смысле трудоемкости и простоты реализации) N-частичный алгоритм, для построения которого рассматривается ансамбль из N частиц, взаимодействия между которыми реализуются таким образом, что соответствующая одночастичная плотность сходится к решению уравнения Больцмана при $N \rightarrow \infty$. Следует отметить, что, по-видимому, такой алгоритм решения уравнения Больцмана явился основой для построения общего подхода к формулировке N-частичных алгоритмов решения нелинейных задач, который получил название "игра среднего поля" (mean field game).

Численные эксперименты, проведенные в работах авторов доклада, показали, что в тестовых задачах теории разреженных газов и распространения эпидемий смещение N-частичной оценки функционала от решения базового уравнения имеет порядок величины $1/N$. В связи с этим возникло предположение о том, что

это смещение связано с осреднением коррелированных значений вследствие взаимодействия траекторий. Это можно пояснить тем, что стандартная статистическая оценка дисперсии D смещена на величину D/N .

В известной монографии Г. Крамера приведено более общее утверждение о порядке $O(1/N)$ смещения достаточно гладкой функции $H(m)$, где m – центральный (относительно предельного значения) выборочный момент. Для этого требуется условие $|H| < C N^p$, $p > 0$. Поэтому в данной работе используется ограничение: если базовая переменная $V < s$, то $V := s$, и предполагается непрерывность H относительно "s-хвоста" распределения V (которая проверяется зависимыми испытаниями). Это позволяет обобщить теорему Г. Крамера, например, для статистических оценок в теории разреженных газов.

Исследования выполнены в рамках государственного задания ИВМиМГ СО РАН FWNM-2025-0002.

Влияние распределения Пуассона при задании граничных условий на точность расчета течений разреженного газа методом ПСМ

А. А. Морозов, М. Ю. Плотников

Институт теплофизики им. С. С. Кутателадзе СО РАН

Метод прямого статистического моделирования (ПСМ), предложенный Г. Бердом в 1960-х годах, остается основным численным инструментом для решения задач динамики разреженного газа [1, 2]. В последнее время развивается направление, связанное с изучением флуктуаций методом ПСМ, а также с их влиянием на результаты расчетов макропараметров течения, в частности влиянием распределения Пуассона флуктуаций при формулировке граничных условий на открытых (проницаемых) границах расчетной области. В простейшей одномерной постановке задача состоит в моделировании движения частиц в выбранном объеме в окружающем покоящемся газе. На границе обычно задаются либо условия втекания потока с нулевой скоростью, либо диффузное испарение [1]. Подобная постановка задачи вызвана использованием метода ПСМ для исследования испарения с поверхности воды в окружающую газовую атмосферу. Особенностью задачи является необходимость расчета температуры с высокой точностью. Обязательность выполнения такого требования привело к необходимости использования большого количества моделируемых частиц.

В представленной работе проведен анализ влияния граничных условий на точность расчета макропараметров моделируемого газа. Кроме вышеупомянутых методик моделирования открытой границы рассматривалась возможность использования дополнительного резервуара и использование распределения Пуассона для моделирования влетающих в расчетную область частиц.

Проведенный численный анализ четырех подходов к моделированию открытой границы позволил определить причину систематической ошибки, появляющейся при малом количестве частиц, и предложить подход, позволяющий существенно сократить численные затраты для достижения требуемой точности.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда, грант № 25-19-00959.

Список литературы

1. Bird G. A. Molecular gas dynamics and the direct simulation of gas flows. Oxford: Clarendon Press, 1994.
2. Иванов М. С., Рогазинский С. В. Метод прямого статистического моделирования в динамике разреженного газа. Новосибирск: ВЦ СО РАН, 1988.

Численное стохастическое моделирование в задачах иммунологии

Н. В. Перцев

Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН, Институт вычислительной математики РАН

Метод математического моделирования активно используется в задачах биоматематики. Результаты моделирования *in silico* так или иначе дополняют результаты биомедицинских исследований *in vitro* и *in vivo*. Одно из направлений разработки стохастических моделей связано с использованием непрерывно-дискретных моделей, учитывающих целочисленность популяций и параметрическое описание индивидуумов. Важной спецификой стохастических непрерывно-дискретных моделей в иммунологии являются: локализация процессов, определяющих развитие иммунного ответа, малая численность популяций на начальных этапах процессов, промежуточные стадии развития вирусных частиц и клеток, межклеточные взаимодействия, приводящее к разрушению, инфицированию или размножению клеток. В докладе представлена модель динамики двух клеточных популяций с учетом межклеточных взаимодействий и формирования временно существующих комплексов, состоящих из пар клеток различных популяций. Описаны рекуррентные соотношения для переменных модели, на которые опирается алгоритм моделирования. Для планирования вычислительного эксперимента использован детерминированный аналог стохастической модели в форме системы дифференциальных уравнений с распределенным запаздыванием, дополненной начальными данными. Приведены результаты вычислительного эксперимента с использованием метода Монте-Карло.

О моделировании дробного броуновского движения и некоторых связанных с ним случайных процессов

К. А. Рыбаков

Московский авиационный институт

В работе описано спектральное представление дробного броуновского движения [1, 2], на основе которого получено спектральное представление дробного гауссовского белого шума. В качестве базисной системы используются полиномы Лежандра, поскольку для них легко выразить производные и интегралы дробного порядка.

Эти результаты используются для решения линейных стохастических дифференциальных уравнений, содержащих дробное броуновское движение (или несколько независимых дробных броуновских движений с одинаковыми или различными показателями дробности). В качестве примеров гауссовских случайных процессов, описываемых уравнениями такого типа, можно привести дробный процесс Орнштейна – Уленбека или дробный броуновский мост. Предложенный метод решения аналогичен предложенному ранее методу решения линейных стохастических дифференциальных уравнений с винеровским процессом [3]. Он базируется на спектральной форме математического описания и позволяет получить приближенные решения стохастических дифференциальных уравнений, не используя дискретизацию времени, характерную для численных методов решения стохастических дифференциальных уравнений.

Список литературы

1. Rybakov K. Spectral representation and simulation of fractional Brownian motion // Comput. 2025. Vol. 13, No. 1. 19.
2. Rybakov K. A. On approximate representation of fractional Brownian motion // Methodol. Comput. Appl. Probab. 2025. Vol. 27, No. 4. 88.
3. Рыбаков К. А. Спектральный метод моделирования линейных непрерывных стохастических систем. М.: МАИ, 2021.

Методы итерационного уточнения в комбинации с глобальными алгоритмами метода Монте-Карло дают экспоненциальное ускорение сходимости и радикальное повышение точности

К. К. Сабельфельд

Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН

В последние годы алгоритмы, основанные на методах случайного блуждания по границе (Random Walk on Boundary (RWB)) и методах блуждания по сферам (Random Walk on Spheres (RWS)) активно применяются для решения задач теории потенциала. Однако область их применения традиционно считалась ограниченной, главным образом классами краевых задач, в которых не требуется высокая точность решения и где решение необходимо лишь в отдельных точках области, а в случае алгоритмов RWB – задачами для выпуклых областей [1, 2]. В недавних работах нам удалось разработать алгоритмы, основанные на методах случайных блужданий, способные решать такие задачи с уровнем точности, недостижимым для традиционных методов Монте-Карло [3–5]. Ключевая идея заключается в объединении алгоритмов случайных блужданий с методами итерационного уточнения решения. Такой гибридный алгоритм не только обеспечивает получение высокоточных решений, но и позволяет с высокой точностью решать краевые задачи во всей области, а не только в отдельных ее точках. Как оказалось, такой подход применим и к решению задач переноса излучения, решению больших систем линейных алгебраических уравнений и многих других задач, где базовый метод Монте-Карло позволяет рассчитывать все поле решений, пусть и с небольшой точностью, характерной для этого метода. В данном докладе изложен гибридный алгоритм метода Монте-Карло с оценками скорости сходимости и погрешности и дан обзор применения данного метода к решению линейных алгебраических и интегральных уравнений, а также к решению краевых задач методами случайных блужданий из классов RWB и RWS, а также к решению задач радиационного излучения. Отметим, что применение высокоточных алгоритмов метода Монте-Карло открывает новые возможности и для решения нелинейных уравнений, на которых мы также остановимся в данном докладе.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда, грант 24-11-00107.

Список литературы

1. Sabelfeld K. K., Simonov N. A. Stochastic methods for boundary value problems: Numerics for high-dimensional PDEs and applications. De Gruyter, Berlin, 2016.
2. Sabelfeld K. K., Shalimova I. A. Spherical and plane integral operators for PDEs. De Gruyter, Berlin, 2013.
3. Sabelfeld K.K., Kireeva A.E. Randomized iterative linear solvers with refinement for large dense matrices. Monte Carlo Methods and Applications, v.29, issue 4 (2023), 357-378.
4. Sabelfeld K. K., Agarkov G. Combining randomized and deterministic iterative algorithms for high accuracy solution of large linear systems and boundary integral equations // Monte Carlo Meth. and Appl. 2025. Vol. 31, No. 2. P. 145–162.
5. Sabelfeld K., Agarkov G. Random walk on spheres method with iterative refinement for solving interior and exterior Dirichlet problems for the Poisson equation // J. Comp. Phys. (submitted). 2026.

Сравнение результатов алгоритма восстановления коэффициентов отражения земной поверхности по спутниковым данным с данными наземных измерений RADCALNET

М. В. Тарасенков, М. В. Энгель, А. С. Богданова, Е. В. Антимонова, А. В. Шестерикова

Институт оптики атмосферы СО РАН

Коэффициент отражения поверхности, называемый также альбедо поверхности – это ключевая характеристика земной поверхности, используемая в спутниковом мониторинге земной поверхности для решения самого широкого круга задач, таких как оценка состояния растительности, водных территорий, поиск объектов на земной поверхности и т.д. Для решения этой задачи существует достаточно много RTM-алгоритмов восстановления спектральных коэффициентов отражения по измерениям интенсивности (яркости) принимаемого излучения. Для решения этой задачи нами предложен алгоритм, в котором, в отличие от альтернативных алгоритмов, учитывается влияние неоднородности земной поверхности при формировании бокового посвета и многократного отражения излучения. Для оценки возможностей предложенного алгоритма выполняется его валидация на наземных измерениях станции RadCalNet Railroad Valley Playa (США) 38.497° с.ш.; 115.69° з.д. Рассматривались снимки спутника TERRA прибор MODIS за период с 2013 по 2023 гг. Выбиралось по 5 снимков в год исходя из безоблачности тестового участка на снимке и близости одного из пикселей снимка к тестовому участку. Также в тестировании использовались результаты работы алгоритма MOD09 NASA. Сравнения выполнялись для каналов MODIS № 1–4. Сравнение результатов показывает, что предлагаемый алгоритм дает коэффициенты отражения ближе к наземным в каналах MODIS № 3 и 4, а в каналах MODIS № 1 и 2 к наземным измерениям ближе данные MOD09.

Работа выполнена в рамках Госзадания ИОА СО РАН с использованием данных ЦКП "Атмосфера".

Авторегрессионная модель случайной смеси двух независимых стационарных гауссовских процессов

Т. М. Товстик

Санкт-Петербургский государственный университет

Рассматривается стационарный процесс авторегрессии n -го порядка $AP(n)$, который является случайной смесью двух независимых гауссовских стационарных процессов $AP(n)$.

Приводятся два способа моделирования процесса в M ($n < M$) точках. В первом способе моделируются два независимых гауссовских процесса $AP(n)$ и случайный выбор из них в каждой точке завершает моделирование. При втором способе все сводится к моделированию в сумме $n+M$ значений двух гауссовских независимых стационарных процессов $AP(n)$. При большой выборке этот способ дает существенное уменьшение времени моделирования.

Для процесса $AP(n)$ приводятся алгоритмы вычисления областей изменения коэффициентов корреляций, которые обеспечивают стационарность процесса.

Возможно обобщение результатов на вариант случайной смеси с большим числом независимых гауссовских процессов.

Данный вид процессов встречается в задачах прогноза и моделирования метеорологических ситуаций [1].

Список литературы

1. Akenteva M. S., Kargapolova N. A., Ogorodnikov V. F. Simulation algorithms for stationary sequences with distributions in the form of a mixture of Gaussian distributions // RJNAMM. 2024. Vol. 39, No. 3. P. 123–130.

Multi-asset pricing models based on the randomized copula method

R. Makarov

WLU, Waterloo, Canada

For modelling portfolios of risky securities, practitioners need multi-asset pricing models that meet several requirements. On the one hand, the model should be flexible enough to capture a variety of regimes useful for pricing assets across different markets. On the other hand, it should be calibratable to empirical data and allow sampling from the exact distribution without introducing approximation bias. The pool of such solvable stochastic models is limited and is mainly based on multivariate Brownian motion with or without stochastic-time subordination [1]. Another common approach is the copula method, in which the multivariate distribution is obtained by combining a multivariate uniform distribution function defined on a unit hypercube with marginal distribution functions [2]. However, its main limitation is that it requires computing inverse distribution functions, which can be computationally challenging for advanced models.

In this talk, we present a multi-asset diffusion process in which the marginal distributions follow the constant elasticity of variance (CEV) diffusion model. Our approach expresses the CEV process in terms of a randomized gamma random variable [3]. We apply the copula method to sample dependent gamma random variables, then construct the multi-asset CEV process by combining them with nonlinear mappings and Poisson randomizers. This approach preserves the marginal distributions and allows us to compute correlations between asset values. For calibration, we first estimate the parameters of each marginal process using maximum likelihood estimation (MLE) or least squares. We then transform the empirical data and estimate the correlations between asset values. The dependency parameters are computed by matching the theoretical and empirical correlations.

References

1. Bianchi, M. L., A. Hitaj, G. L. Tassinari. A Welcome to the jungle of continuous-time multivariate Non-Gaussian models based on Levy processes applied to finance // Ann. Oper. Res. 2025. Vol. 352, iss. 3. P. 859–900.
2. Cherubini, U., Luciano E., Vecchiato W. Copula methods in finance. Wiley, 2004.
3. Makarov, R. N., Glew D. Exact simulation of Bessel diffusions // Monte Carlo Meth. and Appl. 2010. Vol. 16, iss. 3–4. P. 283–306.

Application of Monte Carlo method to the solution of double-porosity problem

A. Rasulov

Университет мировой экономики и дипломатии, Ташкент (Tashkent)

Mathematically, the double-porosity model leads to a system of coupled second-order parabolic equations with respect to the pressures in fractures and in the porous matrix. Such a system is characterized by the presence of diffusion terms describing the spatial redistribution of pressure and a reaction term responsible for inter porosity exchange.

In the present work, a probabilistic method for the numerical solution of a system of parabolic equations arising in filtration problems in fractured porous media is proposed. The calculation algorithm is based on the construction of a special Markov process and the use of unbiased Monte Carlo estimators for the approximate computation of the solution. The unbiasedness of the constructed estimator and the finiteness of its variance are established. A computational experiment confirming the convergence of the statistical estimators and the efficiency of the proposed algorithm is presented. A probabilistic representation of the solution to the initial-boundary value

problem for a general system of parabolic equations was previously obtained by the authors in works [1, 2]. In the present paper applies this approach to the filtration problem in a fractured porous medium.

References

1. Raimova G.M. Probabilistic representation of the solution of the initial-boundary value problem for the system of parabolic equations // Theory of Probab. and Its Appl. 2013. Vol. 57, No. 4. P. 688–697. DOI: 10.1137/S0040585X97986291.
2. Rasulov A.S., Raimova G.M. A new algorithm for system of integral equations // Abstr. and Appl. Analysis. 2014. Vol. 2014. Article ID 236065. DOI: 10.1155/2014/236065.

Variable-order subdiffusion modeling within the multiple trapping formalism

R.T. Sibatov¹, V. V. Uchaikin²

¹*Scientific-Manufacturing Complex "Technological Centre"*

²*Ulyanovsk State University*

A Monte Carlo algorithm is proposed for solving subdiffusion equations with a time-fractional derivative whose order depends on time or coordinate. The algorithm is based on the physical interpretation of the equation within the multiple-trapping model with an exponential energy distribution of localized states. The width of distribution $\varepsilon_0(x, t)$ may depend on coordinate or time. The corresponding subdiffusion equation contains a pseudo-differential operator of order $\alpha(x, t) = kT/\varepsilon_0(x, t) \in (0, 1]$, consistent with the well-known Lorenzo-Hartley definition. The algorithm generates trajectories where the particle undergoes biased Brownian motion, then is trapped at an energy level E drawn from the exponential distribution $p(\varepsilon; x, t) = \varepsilon_0^{-1}(x, t) \exp(-\varepsilon / \varepsilon_0(x, t))$, and the localization time is $\tau_l = -v_0^{-1} \exp(E/kT) \ln U_2$ (where U_2 is a random variable uniformly distributed on $(0, 1]$). An ensemble of N independent trajectories is simulated, followed by the computation of statistical moments of the desired concentration. To accelerate sampling, parallelization over trajectories with independent streams of pseudorandom numbers is employed, making the algorithm highly scalable. The method enables the calculation of mean squared displacement, spatial distributions, and transient currents for variable-order subdiffusive regimes. For a constant subdiffusion order, the algorithm yields numerical solutions that coincide with known analytical solutions. Computational experiments convincingly confirm the correct reproduction of transitions from normal diffusion to subdiffusion and back.

УСТНЫЕ ДОКЛАДЫ

Анализ проекционной оценки распределения решения стохастических дифференциальных уравнений (СДУ)

Т. А. Аверина, М. В. Кабацкая

Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН

Продолжено исследование вопроса совместного построения проекционных оценок маргинальной плотности и функции распределения решения СДУ с использованием ортонормированных на заданном интервале полиномов Лежандра. Для проекционного Алгоритма 1 [1–3] рассмотрена задача минимизации среднеквадратической погрешности; исследована проблема оптимального (согласованного) выбора параметров.

Построен Алгоритм 2, с помощью которого на основе рандомизированной проекционной оценки плотности вероятности с использованием квадратурной формулы вычисляется оценка функции распределения.

На тестовых примерах решения СДУ проведен сравнительный анализ обоих алгоритмов.

Исследования выполнены в рамках государственного задания ИВМиМГ СО РАН FWNM-2025-0002.

Список литературы

1. Аверина Т. А., Кабацкая М. В. Алгоритм совместного моделирования проекционных оценок плотности и функции распределения решения стохастических дифференциальных уравнений с использованием полиномов Лежандра // Вестн. ДГУ. Сер. 1: Естественные науки. 2026. Т. 41. Вып. 1. С. 7–14.

2. Аверина Т. А., Кабацкая М. В. Использование полиномов Лежандра для моделирования проекционных оценок плотности и функции распределения решения стохастических дифференциальных уравнений // Актуальные проблемы математики и информационных технологий : Материалы 7-й Всероссийской конференции, г. Махачкала, 2–4 февр. 2026 г. Махачкала: Изд-во ДГУ, 2026. С. 5–7.

3. Кабацкая М. В. Построение и анализ алгоритмов моделирования рандомизированных проекционных оценок распределения решения стохастических дифференциальных уравнений с использованием полиномов Лежандра // Математика : Материалы 64-й Международной науч. студ. конф., Новосибирск, 15–21 апр. 2026 г. Новосибирск: ИПЦ НГУ, 2026. С. 161.

Комбинированный алгоритм итерационного уточнения и метода Монте-Карло для решения нелинейных краевых задач

Г. И. Агарков

Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН

Методы Монте-Карло широко применяются в решении различных краевых задач. Они отличаются простотой параллелизации и реализации, не требуют больших затрат оперативной памяти. Однако методы Монте-Карло имеют низкую скорость сходимости. В классических случаях статистическая погрешность пропорциональна $\sqrt{D}/\sqrt{N}$, где D – дисперсия используемой оценки Монте-Карло, N – размер моделируемой выборки.

Процессы хемотаксиса, или электронно-дырочной проводимости, и другие описываются системами нелинейных дифференциальных уравнений. Для их численного решения применяются итерационные схемы, требующие больших вычислительных затрат и сводящие решение исходной нелинейной задачи к решению серии однотипных линейных задач.

В данной работе предлагается новый комбинированный алгоритм метода Монте-Карло и итерационного уточнения. Основная идея алгоритма заключается в представлении решения задачи в виде полиномиальных аппроксимаций, которые строятся по значениям, получаемым методом Монте-Карло при решении линейных задач в организованном итерационном процессе. Дополнительно это приближение уточняется с помощью процедуры итерационного уточнения, что позволяет существенно повысить точность и ускорить сходимость итерационного процесса.

Предложенный алгоритм протестирован на системе уравнений дрефта-диффузии, описывающей электронно-дырочную проводимость в полупроводниках, а также на нелинейной двухкомпонентной модели хемотаксиса. Доказана экспоненциальная сходимость метода к окрестности точного решения для линейной задачи. Размер окрестности определяется погрешностью выбранной аппроксимации. При решении нелинейных задач предложенный метод позволил значительно ускорить сходимость благодаря использованию итерационного уточнения.

Применение алгоритма итерационного уточнения для метода случайного блуждания по сферам.

И. А. Аксюк, К. К. Сабельфельд

Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН

Метод случайного блуждания по сферам эффективен при решении краевых задач для эллиптических и параболических уравнений с постоянными коэффициентами. За счет уменьшения радиусов сфер блуждания удается решать также задачи для уравнений с переменными коэффициентами [1]. Главная особенность метода случайного блуждания по сферам – это возможность находить решение в отдельных точках без построения сетки. К недостаткам метода относится низкая скорость сходимости. Уменьшение статистической погрешности численного решения в 10 раз требует увеличение числа случайных траекторий в 100 раз.

В настоящее время в новосибирской группе методов Монте-Карло интенсивно развиваются гибридные методы, основанные на комбинировании глобальных стохастических алгоритмов и методов итерационного уточнения [2, 3]. В настоящей работе строится метод итерационного уточнения в комбинации с одним специальным вариантом глобального алгоритма, основанном на использовании интеграла Пуассона для задачи Дирихле:

$$\begin{aligned}\Delta u(\mathbf{x}) &= -f(\mathbf{x}), \mathbf{x} \in V; \\ u(\mathbf{y}) &= g(\mathbf{y}), \mathbf{y} \in \partial V.\end{aligned}$$

С помощью алгоритма итерационного уточнения и полиномиальной аппроксимации решения нам удалось добиться экспоненциальной скорости сходимости, что кардинально повышает точность вычислений.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда, грант 214-11-00107.

Список литературы

1. Sabelfeld K., Aksyuk I. Random walk on small spheres method for solving drift-diffusion-reaction problems with spatially varying velocity and reaction rate // Monte Carlo Meth. and Appl. 2026. Vol. 32, No. 2. P. 159–170.
2. Sabelfeld K. K., Markevich M. Yu. Random walk algorithms with iterative refinement for calculating particle fluxes to small and remote boundary areas // Monte Carlo Meth. and Appl. 2026. Vol. 32, No. 1. P. 49–67.
3. Sabelfeld K., Agarkov G. Random walk on spheres method with iterative refinement for solving interior and exterior dirichlet problems for the Poisson equation // J. of Num. Math. 2026 (submitted).

Статистическое моделирование поляризованных лидарных эхо-сигналов при космическом зондировании атмосферной облачности

Ч. Ань

Новосибирский государственный университет

Работа посвящена моделированию методом Монте-Карло эхо-сигналов космических лидаров при зондировании атмосферной облачности с учетом поляризации и многократного рассеяния излучения. При космическом зондировании многократное рассеяние вносит существенный вклад в эхо-сигналы и искажает информацию, заложенную в их поляризационных характеристиках, что необходимо учитывать при интерпретации данных. Поляризационное состояние излучения описывается вектором Стокса, а его преобразование при рассеянии – матрицей Мюллера. Для повышения вычислительной эффективности применяется алгоритм локальной оценки [1, 2], в котором вклад фотона в сигнал детектора вычисляется в каждой точке столкновения с учетом конуса направлений приемника и временного окна регистрации. Вычислительные эксперименты выполнены для параметров, близких к характеристикам космических лидарных систем ICESat-2 ATLAS и БАЛКАН, с использованием матрицы рассеяния модели слоистой облачности континентального типа из базы данных OPAC [3]. Рассмотрены случаи линейной и круговой поляризации зондирующего импульса для облачных слоев разной оптической толщины. Результаты статистического моделирования полезны при анализе данных действующих и перспективных космических лидарных миссий и при разработке алгоритмов восстановления оптико-физических характеристик облачности.

Список литературы

1. Марчук Г. И., Михайлов Г. А., Назаралиев М. А. и др. Метод Монте Карло в атмосферной оптике. Новосибирск: Наука, 1976.
2. Prigarin S. M., Kablukova E. G., Zhang X. Monte Carlo simulation of polarized lidar returns for atmospheric clouds sensing // RJNAMM. 2024. V. 39 No. 3. P. 131–141.
3. Hess M., Koepke P., Schult I. Optical properties of aerosols and clouds: The software package OPAC // Bull. Amer. meteorol. soc. 1998. Vol. 79, No. 5. P. 831–844.

Асимптотически-диффузионный анализ бесконечнолинейной системы с интенсивностью входящего потока, зависящей от числа занятых приборов

Б. Э. Бабаева, А. А. Назаров

Институт прикладной математики и компьютерных наук

Национальный исследовательский Томский государственный университет

В данной работе рассматривается бесконечнолинейная система массового обслуживания с входящим потоком, интенсивность которого зависит от числа занятых приборов. Время обслуживания приборов имеет экспоненциальное распределение с параметром μ . Обозначим $i(t)$ число занятых приборов в момент времени t , $\lambda(x)$ – функция непрерывного аргумента x . Введем i/T – дискретный аргумент, где T (дополнительный параметр) в теоретических исследованиях будет задаваться как $T \rightarrow \infty$, однако в допредельных равенствах будем задавать его конечным числом. Подставим этот аргумент вместо x , а интенсивность входящего потока определим в виде: $T\lambda(i/T)$ – высокая интенсивность входящего потока.

Ставится задача нахождения стационарного распределения вероятностей числа занятых приборов.

Далее составлено уравнение Колмогорова для стационарного распределения вероятностей состояний системы. Выполнен асимптотически диффузионный анализ составленной системы уравнений Колмогорова. Построена аппроксимация дискретного распределения вероятностей числа занятых приборов, которая имеет вид бимодального распределения. Вычислено расстояние Колмогорова между предлагаемой аппроксимацией и допредельным распределением вероятностей полученным численным решением стационарной системой уравнений Колмогорова. Показано, что при достаточно больших значениях параметра T расстояние Колмогорова становится приемлемо малым.

Специальный метод определения параметров смеси двух распределений и примеры его применения при моделировании метеорологических процессов

М. О. Быковская¹, Н. А. Каргаполова²

¹Новосибирский государственный университет

²Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН

Одним из этапов построения стохастической модели временных рядов или пространственно-временных полей метеорологических параметров обычно является аппроксимация выборочных плотностей одномерного распределения некоторыми аналитически описываемыми плотностями, обладающими "хвостами". Выборочные распределения чаще всего строятся по ограниченной и относительно малой выборке реальных данных, а также являются бимодальными. Для их аппроксимации часто используют смеси распределений. В математической статистике известен ряд методов оценки параметров этих смесей, каждый из которых обладает своими преимуществами и недостатками. В работах [1–2] был предложен один из таких методов для оценки параметров смесей гауссовских и гамма-распределений, основанный на комбинации метода моментов и минимизации функционала Пирсона. В докладе будет рассмотрена возможность применения этого метода для оценки параметров смесей логнормальных распределений, распределений Лапласа и ряда других.

Приведены примеры рассмотренного метода при моделировании нестационарных временных рядов атмосферного давления.

Исследования выполнены в рамках государственного задания ИВМиМГ СО РАН FWNM-2025-0002.

Список литературы

1. Марченко А.С., Минакова Л.А. Вероятностная модель временных рядов температуры воздуха // Метеорология и гидрология. 1980. № 9. С. 39–47.
2. Марченко А.С., Семочкин А.Г. Модели одномерных и совместных распределений неотрицательных случайных величин // Метеорология и гидрология. 1982. № 3. С. 50–56.

Метод параметрической идентификации парных марковских моделей на основе LD-разложения

А. В. Голубков¹, А. В. Цыганов¹, Ю. В. Цыганова²

¹Ульяновский государственный педагогический университет им. И. Н. Ульянова

²Университет Иннополис

Парные марковские модели (ПММ) востребованы в обработке сигналов, компьютерном зрении и финансовом анализе. При параметрической неопределенности возникает задача идентификации неизвестных параметров модели по зашумленным измерениям, которую решают с использованием численных методов

оптимизации критерия идентификации. Однако классические алгоритмы фильтрации чувствительны к ошибкам машинного округления, что приводит к потере устойчивости в плохо обусловленных задачах.

Рассматривается линейная гауссовская ПММ, зависящая от параметра θ , который необходимо оценить по зашумленным измерениям, минимизируя критерий $J(\theta)$, построенный по невязкам парного фильтра. В работе предложен численно устойчивый метод совместного вычисления $J(\theta)$ и его градиента $\nabla_{\theta} J(\theta)$ на основе LD-разложения ковариационных матриц.

Использована модифицированная взвешенная ортогонализация Грама – Шмидта (MWGS) для LD-факторизации. Разработаны: алгоритм вычисления критерия в терминах LD-фильтра; метод дифференцирования параметризованных матриц; алгоритм совместного вычисления критерия и градиента. MWGS гарантирует симметричность и положительную определенность ковариационных матриц, а производные вычисляются без численного дифференцирования.

Для оценки разработанного подхода проведено статистическое моделирование по схеме Монте-Карло на задаче идентификации скорости волны в волновом уравнении. Классические реализации парного фильтра Калмана оказались неустойчивыми. Применение LD-реализаций обеспечило устойчивую работу и высокую точность идентификации во всех прогонах. Результаты подтверждают работоспособность LD-подхода в условиях, где классические алгоритмы неприменимы.

Разработанный подход обеспечивает численную устойчивость и точность при идентификации параметров ПММ, что подтверждено статистическим моделированием. Он может быть распространен на многомерные и нелинейные системы. Практическая значимость продемонстрирована на примере из волновой динамики.

Работа выполнена в рамках Дополнительного соглашения № 073-03-2026-035/1 от 21.02.2026 г. к Соглашению о предоставлении субсидии федеральному бюджетному или автономному учреждению на финансовое обеспечение выполнения государственного задания на оказание государственных услуг (выполнения работ) № 073-03-2026-035 от 23.01.2026 г., заключенного между ФГБОУ ВО "УлГПУ им. И. Н. Ульянова" и Министерством просвещения Российской Федерации.

Решение стохастической задачи термоупругости

С. А. Гусев

Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН

Многие технические системы в процессе эксплуатации подвержены случайным тепловым нагрузкам. При этом в твердых телах происходят циклические расширения и сжатия, которые вызывают внутренние термические напряжения. В результате происходит образование микротрещин, которые являются причиной повышенного усталостного износа материалов. В теории механики деформируемого твердого тела напряженно-деформируемое состояние материалов при неравномерном нагреве описывается уравнениями термоупругости.

В работе рассматривается одномерная задача термоупругости, представляющая собой систему двух краевых задач для определения перемещений и температуры. Эта система состоит из смешанной краевой задачи для гиперболического уравнения и второй краевой задачи для уравнения теплопроводности. В граничном условии для уравнения теплопроводности присутствует стохастическое возмущение в виде белого шума. В связи с этим решением задачи термоупругости являются два случайных поля. Если известны перемещения и температура, то с использованием соотношения Дюамеля – Неймана можно определить термические

напряжения. Для определения решений двух рассматриваемых краевых задач используется метод функций Грина.

Поточное распараллеливание и оптимизации программной реализации 128-битного мультипликативного конгруэнтного датчика случайных чисел

А. Н. Дворников, В. Л. Лукинов

Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН

Работа посвящена построению оптимизированных параллельных реализаций генератора случайных чисел на основе алгоритма `rnd128` [1]. Данный алгоритм используется в программе поддержки статистических расчетов PARMONC, разработанной более 15 лет назад [2, 3]. С тех пор произошли существенные изменения в архитектуре вычислительных систем. Процессоры получили развитые векторные расширения (AVX2, AVX-512), в массовом сегменте появились графические ускорители общего назначения с тысячами параллельных потоков и десятками гигабайт быстрой памяти HBM/GDDR, реализовано разделение на P\Е ядра процессоров и т.д.

Разработана эталонная программная реализация генератора и проведено профилирование на современной архитектуре. Реализована серия оптимизаций, использующих упакованное представление состояния, нативные intrinsics 128-битной арифметики и AVX2 на этапе упаковки и записи результатов в сочетании с явной разверткой инструкционного параллелизма. Дополнительно разработана реализация генератора на платформе NVIDIA CUDA с использованием `warp-coalesced` размещения состояний потоков для согласованного доступа к памяти.

Проведенное статистическое тестирование средствами пакета PractRand [4] и набора стандартных статистических критериев [5] показало корректность исполнения. Тестирование производительности и масштабируемости продемонстрировало результаты, сопоставимые с результатами современных генераторов `splitmix64` [6], `xoshiro256++` [7], `mt19937_64` [8] и превосходящие эталонную программную реализацию.

Список литературы

1. Dyadkin I. G., Hamilton K. G. A study of 128-bit multipliers for congruential pseudorandom number generators // Comput. Phys. Commun. 2000. Vol. 125. P. 239–258.
2. Михайлов Г. А., Марченко М. А. Параллельная реализация статистического моделирования и генераторов случайных чисел // Препринт / РАН. Сиб. отд-ние. ИВМиМГ. 2001. № 1154.
3. Параллельная библиотека PARMONC (PARallel MONte Carlo). Документация по программной библиотеке PARMONC. URL: <https://sccc.ru/information/parmonc.html> (дата обращения: 30.06.2026).
4. Doty-Humphrey C. PractRand (Practically Random): Library of practical random number generation tests. URL: <http://prcrand.sourceforge.net/> (дата обращения: 01.04.2026).
5. L'Ecuyer P., Simard R. TestU01: A C library for empirical testing of random number generators // ACM Trans. on Math. Software. 2007. Vol. 33, No. 4. Art. num. 22. 40 p.
6. Steele G. L., Lea D., Flood C. H. Fast splittable pseudorandom number generators // Proc. of the 2014 ACM SIGPLAN International Conference on Object-Oriented Programming, Systems, Languages, and Applications, 2014. P. 453–472.
7. Marsaglia G. Xorshift RNGs // J. of Stat. Software. 2003. Vol. 8, No. 14. P. 1–6. doi: 10.18637/jss.v008.i14.
8. Matsumoto M. Mersenne Twister: a 623-dimensionally equidistributed uniform pseudorandom number generator / M. Matsumoto, T. Nishimura // ACM Trans. on Modeling and Comput. Simulation. 1998. Vol. 8, No. 1. P. 3–30.

RTS&T 2025 – комплекс программ статистического моделирования связанного переноса многокомпонентного излучения в гетерогенных пространственно неоднородных средах в присутствии электромагнитных полей и расчета трансмутации изотопов. Современное состояние

И. И. Дегтярев, Д. А. Цветков, А. Р. Цветкова, А. А. Ларионов, М. А. Макарова, С. В. Морозов, А. Т. Федоров, С. К. Шаров, К. В. Сухарев

НИЦ "Курчатовский институт" – ИФВЭ

Программный комплекс RTS&T реперного класса точности предназначен для статистического моделирования связанного переноса многокомпонентного (200 типов частиц и ядер) излучения в гетерогенных пространственно неоднородных средах в диапазоне низких, промежуточных и высоких энергий в присутствии электромагнитных полей. В сравнении с предыдущими версиями RTS&T 2025 содержит ряд модификаций и расширений, касающихся: расширения набора пакетов подготовки файлов оцененных ядерных данных для их использования в качестве константного обеспечения моделирования переноса, включая учет ошибки, обусловленной неопределенностью констант и рассчитанной на основе ковариационных данных; расширения набора программных реализаций микроскопических моделей γ A-, hA- и AA-взаимодействий комплекса в диапазоне промежуточных и высоких энергий; развития системы описания и визуализации геометрии; включения в состав комплекса моделей расчета характеристик первичных радиационных повреждений конструкционных материалов; моделей расчета микродозиметрических параметров биоткани, используемых в системах планирования облучения пациента на установках протонно- и ионно-лучевой дистанционной терапии.

О применении теории массового обслуживания и имитационного моделирования для исследования объектов транспортной инфраструктуры

М. Л. Жарков, А. Л. Казаков, А. А. Лемперт

Институт динамики систем и теории управления им. В. М. Матросова СО РАН

Теория массового обслуживания (ТМО) широко применяется при исследовании различного назначения технических систем, в частности на транспорте [1]. В данном исследовании этот аппарат используется для анализа работы железнодорожных участков, которые включают несколько станций разных типов и два или более маршрутов движения поездов.

Математическая модель имеет вид полукоткрытой сети массового обслуживания (ПСеМО) [2]. Для описания движения поездов по транзитным маршрутам используются внешние заявки, для отображения кольцевых маршрутов – внутренние заявки, которые не могут покинуть систему, их число фиксировано. Работа станций описывается узлами разных типов.

Для анализа получаемой ПСеМО применяется имитационная модель, основанная на дискретно-событийном подходе моделирования и методе Монте-Карло. Благодаря применению модифицированного зигкурат-метода [3] достигается относительно высокая скорость выполнения алгоритма работы имитационной модели, что позволяет реализовать его как на персональном компьютере, так и в виде веб-сервиса. Программы позволяют найти показатели эффективности ПСеМО, включающей до 100 узлов и 50 неординарных потоков заявок, на основе которых можно оценить работу выбранного объекта.

В докладе представлены результаты исследования одного из проблемных горно-перевальных участков Транссибирской магистрали.

Список литературы

1. Bychkov I. V., Kazakov A. L., Lempert A. A., Bukharov D. S., Stolbov A. B. An intelligent management system for the development of a regional transport logistics infrastructure // Autom. and Remote Control. 2016. V. 77, No. 2.
2. Roy D., van Ommeren J.-K., de Koster R., Gharehgozli A. Modeling landside container terminal queues: Exact analysis and approximations // Transp. Res. B: Methodol. 2022. No. 162.
3. Войтишек А. В., Иванова Ю. А., Сейтмуратов У. П. Экономичные алгоритмы компьютерного моделирования гауссовского распределения // ЖВМ. 2026. Т. 66. № 3.

Применение алгоритмов с уравниванием вероятностей для моделирования экспоненциального распределения

Д. Д. Желтова¹, У. П. Сейтмуратов¹, А. В. Войтишек^{1,2}

¹Новосибирский государственный университет

²Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН

В докладе представлены новые авторские экономичные универсальные (во всяком случае, для распределений на конечном интервале, имеющих кусочно-монотонные плотности) версии алгоритмов двустороннего метода исключения с кусочно-постоянными мажорантой и минорантой и модифицированного зигкурата-метода (подробности в работе [1]) для компьютерного моделирования выборочных значений одномерных случайных величин. Также описаны особенности применения этих алгоритмов для моделирования стандартного экспоненциального распределения с плотностью $f_{\xi}(u)=e^{-u}$, $u>0$ (отсутствует выполнение условия конечности интервала распределения).

Особо отметим, что предлагаемый нами для применения зигкурат-метод является новым, принципиально отличающимся от вычислительной схемы из работы [2] (в частности, нами использованы соображения теории модифицированного метода суперпозиции [3, разд. 1.6.3]).

Расчеты показали, что при компьютерном моделировании экспоненциального распределения двусторонний метод исключения не слишком значительно (в 1.1 раза), а модифицированный зигкурат-метод более заметно – в 1.67 раза – экономичнее широко применимой формулы метода обратной функции для получения выборочного значения ξ_0 , имеющего экспоненциальное распределение: $\xi_0=-\ln \alpha_0$ (см., например, [3, формула (1.51)]); здесь $\alpha_0 \in U(0,1)$ – стандартное псевдослучайное число (см., например, [3, разд. 1.1]).

Исследования выполнены в рамках государственного задания ИВМиМГ СО РАН FWNM-2025-0002.

Список литературы

1. Брызгалов В. Л., Войтишек А. В., Сейтмуратов У. П. Новые экономичные алгоритмы метода исключения с уравниванием вероятностей для компьютерного моделирования степенного распределения // Выч. технол. 2026. Т. 31, № 3.
2. Marsaglia G., Tsang W. W. The ziggurat method for generating random variables // J. of Stat. Software. 2000. Vol. 5, No. 8.
3. Михайлов Г. А., Войтишек А. В. Статистическое моделирование. Методы Монте-Карло. М.: Юрайт, 2026.

Анализ эффективности модификаций локальных оценок для статистического моделирования эхосигналов при зондировании атмосферной облачности

Е. Г. Каблукова, С. М. Пригарин

Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН

Работа посвящена решению нестационарных задач лазерного зондирования атмосферы с помощью локальных оценок метода Монте-Карло, а также сравнительному анализу эффективности различных модификаций локальных оценок [1–3] для существующих лидарных комплексов. Подобные задачи лазерного зондирования отличаются от многих задач атмосферной оптики наличием сложных граничных условий, связанных с конечными размерами лазерного пучка излучения и малым фазовым объемом приемника, а также нестационарным характером моделируемого процесса переноса излучения. Этим обстоятельством обусловлены определенные требования к технике статистического моделирования и необходимость применения локальных оценок. Вычислительные эксперименты проведены для задач зондирования жидкокапельной облачности моно- и бистатистическими наземными и космическими лидарами.

Исследования выполнены в рамках государственного задания ИВМиМГ СО РАН FWNM-2025-0002.

Список литературы

1. Марчук Г. И., Михайлов Г. А., Назаралиев М. А., Дарбинян Р. А., Каргин Б. А., Елепов Б. С. Метод Монте-Карло в атмосферной оптике. Новосибирск: Наука, 1976. 284 с.
2. Михайлов Г. А., Лотова Г. З. Численно статистическая оценка потока частиц с конечной дисперсией // Докл. акад. наук. 2012. Т. 447, № 1. С. 18–21.
3. Каблукова Е. Г., Каргин Б. А. Эффективные дискретно-стохастические модификации локальных оценок метода Монте-Карло для задач лазерного зондирования рассеивающих сред // Выч. технол. 2012. С. 70–82.

Метод рандомизированного итерационного уточнения для вычисления характеристик поля излучения в глубинном режиме

Е. Г. Каблукова, К. К. Сабельфельд

Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН

В работе предложен новый стохастический алгоритм решения интегрального уравнения переноса излучения на основе применения рандомизированного метода итерационного уточнения. Предложенный метод детально изложен на примере решения задачи прохождения оптического излучения через плоский горизонтальный слой большой оптической толщины. Рассмотрим плоский бесконечно протяженный в горизонтальном направлении слой рассеивающего и поглощающего вещества, верхняя граница которого равномерно освещена. В такой постановке задачи в глубоких слоях среды устанавливается асимптотический "глубинный" световой режим, характеризующийся разделением угловых и пространственных переменных, азимутальной независимостью поля и экспоненциальным затуханием интенсивности с глубиной, интенсивность излучения описывается асимптотически точным решением [1]. Проведенные численные эксперименты хорошо согласуются с данным решением, при этом трудоемкость предложенного метода в 10–50 раз ниже стандартного метода прямого статистического моделирования [2]. Выигрыш в эффективности метода возрастает с повышением требуемой точности расчетов.

Исследования выполнены в рамках государственного задания ИВМиМГ СО РАН FWNM-2025-0002.

Список литературы

1. Дэвисон Б. Теория переноса нейтронов. М.: Атомиздат, 1960.
2. Зеге Э. П., Иванов А. П., Кацев. И. Л. Перенос изображения в рассеивающей среде. Минск: Наука и техника, 1985.
3. Михайлов Г. А., Войтишек А. В. Численное статистическое моделирование. Метод Монте-Карло. М.: Академия, 2006.

Стохастическое моделирование вольт-амперной характеристики Ni/Al₂O₃ варистора

А. Е. Киреева¹, К. К. Сабельфельд¹, Д. С. Абрамкин²

¹Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН

²Институт физики полупроводников им. А. В. Ржанова

Варистор – это полупроводниковый резистор, который характеризуется нелинейной вольт-амперной характеристикой (ВАХ). В работе исследуется варистор, состоящий из высокопроводящих гранул металла Ni, покрытых тонким слоем диэлектрика Al₂O₃. Протекание тока через варистор определяется процессами туннелирования электронов через энергетические барьеры на границах металл – диэлектрик и утечками через слой диэлектрика.

Для экспериментального измерения ВАХ к электродам варистора прикладывается напряжение U и вычисляется протекающий через него ток I . Для численного вычисления ВАХ построена Монте-Карло модель движения электронов через варистор [1]. Реализованы две модели: 1) – однородная модель с одинаковым размером гранул, в которой напряжение U распределяется равномерно между слоями; 2) – неоднородная модель со случайным размером гранул, в которой напряжение на барьерах вычисляется с помощью уравнения транспорта зарядов. Как известно, сила тока $I = Q/t$, где Q – это количество заряда, прошедшего за время t через поперечное сечение проводника. В модели значение Q вычисляется как количество случайных траекторий, достигших верхнего электрода за заданное время t . На каждом переходе траектории вычисляется эффективное время, учитывающее туннелирование и утечки в зависимости от напряжения на барьере U_b . В неоднородной модели (2) U_b находится как разность потенциалов на границах барьера. Потенциалы $\phi(r)$ вычисляются с помощью решения уравнения $\nabla(\sigma(\nabla\phi(r))\nabla\phi(r)) = 0$, где проводимость σ зависит от градиента потенциала, следовательно, уравнение является нелинейным и решается итерационно. Проводимость барьеров ($\sim 10^{-12}$ 1/(Ом·м)) и металла ($\sim 10^7$ 1/(Ом·м)) отличается на много порядков, что требует использования специальных методов решения уравнения.

Выполнено сравнение численных и экспериментальной ВАХ. Результаты моделирования, полученные с помощью неоднородной модели (2), хорошо согласуются с экспериментом, в отличие от однородной модели (1), которая применима только для регулярной решетки гранул.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда, грант № 24-11-00107.

Список литературы

1. Sabelfeld K. K., Abramkin D. S., Kireeva A. E., Zalyalov T. M. Monte Carlo simulation of the I-V characteristics in a Ni/Al₂O₃ metal-dielectric varistor (submitted).

Метод Монте-Карло в проблеме расчета характеристик полей оптического излучения, формируемых импульсными источниками на поверхности Земли и в космосе

И. Ю. Кузьмина, В. П. Бусыгин

АО Научно-производственная корпорация "Системы прецизионного приборостроения"

При создании, модернизации, проведении испытаний и поддержании функционирования блоков регистрации оптического излучения космической системы мониторинга природных и техногенных источников необходимо знание амплитудно-временных характеристик оптических сигналов (ОС), достигающих светоприемных устройств. В отсутствие экспериментальных данных задача определения характеристик импульсных ОС, а также их динамического диапазона на входе блоков регистрации, решается с применением метода Монте-Карло [1]. Осуществляется математическое моделирование переноса оптического излучения (ОИ) от источника до приемника в стратифицированной оптической модели атмосферы, в том числе в присутствии облачности. Определяются коэффициенты ослабления и импульсные характеристики (ИХ) трассы распространения ОИ. Форму ОС и его амплитудно-временные характеристики рассчитывают с помощью математической свертки функции источника с ИХ [2].

В процессе моделирования переноса ОИ получены научные результаты, касающиеся процесса распространения оптического излучения подоблачного изотропного источника через облачный слой в космос – эффект преломления рассеянного излучения и сходимости угловых характеристик (конфлюэнция) потока выходящего из облачного слоя рассеянного излучения; формирование вторичного источника оптического излучения (инкапсуляция) на верхней границе облака.

Разработанная методика также адаптирована к моделированию прохождения лазерных импульсов через облачный слой и расчету пространственно-временных и энергетических характеристик прямого и рассеянного компонентов лазерного излучения на входе приемной бортовой аппаратуры при различных углах расходимости исходного импульса и визирования на космический аппарат применительно к характеристикам наземного и бортового блоков беззапросной лазерной дальнометрии [3–5].

Расчеты переноса ОИ молний и фонового излучения Солнца и сравнение полученных результатов с экспериментальными данными позволили еще раз подтвердить состоятельность метода Монте-Карло для решения задач переноса ОИ в сложных средах. В дальнейшем разработанная методика может быть использована в задачах, связанных с переносом ОИ источников различной природы в пределах атмосферы.

Список литературы

1. Метод Монте-Карло в атмосферной оптике / Под ред. Марчука Г. И. Новосибирск: Наука, 1976. 284 с.
2. Бусыгин В. П., Краснокутская Л. Д., Кузьмина И. Ю. Перенос оптического излучения подоблачных молний в космос // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2019. Т. 55, № 5. С. 85–93.
3. Садовников М. А., Сумерин В. В., Шаргородский В. Д. Односторонняя лазерная дальнометрия и ее применение в задачах повышения точности частотно-временного обеспечения ГЛОНАСС // International Technical Workshop WPLTN-2012, Санкт-Петербург, Россия, 2012.
4. Бусыгин В. П., Гинзбург А. С., Кузьмина И. Ю. Распространение лазерных импульсов через атмосферу в космос при наличии облаков верхнего и среднего ярусов // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2021. Т. 57, № 6. С. 680–692.
5. Бусыгин В. П., Кузьмина И. Ю. Пропускание лазерного излучения кристаллическими облаками на трассах "земля – космос" // Оптика атмосф. и океана. 2024. Т. 37. № 2. С. 176–183.

Параметры смещений N-частичных оценок функционалов

Г. З. Лотова, Г. А. Михайлов, С. В. Рогазинский

Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН

Рассматривается задача решения нелинейного уравнения Больцмана методом Монте-Карло с помощью моделирования N-частичного ансамбля попарно взаимодействующих частиц. Изучаемое смещение возникает из-за конечности числа частиц N. Исследования показали, что оно имеет вид C/N , где C – константа.

Основная цель работы – оценить константу C. Было предложено несколько способов такой оценки. Один из них предполагает проведение двух расчетов для разных значений N. В другом – на одном расчете получаются дисперсия средней по ансамблю частиц величины и "одночастичная" дисперсия, с помощью которых удается сделать оценку сверху константы C.

Теоретические разработки показали хорошие результаты при вычислении смещений моментов модуля скорости в задаче о релаксации однокомпонентного газа. При этом было использовано точное решение уравнения Больцмана для псевдомаксвелловских молекул и проведены сравнительные расчеты по разным методикам для модели "твердых шаров". Исследования разложения плотности распределения по полиномам Эрмита, коэффициенты которого являются функциями от моментов, в целом дали неплохие оценки глобального смещения и выявили некоторые недостатки оценки C по двум дисперсиям.

Исследования выполнены в рамках государственного задания ИВМиМГ СО РАН FWNM-2025-0002.

Статистические алгоритмы моделирования распространения эпидемии с помощью пуассоновских потоков с учетом повторного заражения

В. Л. Лукинов

Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН

Для построения эпидемиологического процесса используется стохастическая модель, в которой индивидуумы разбиваются на взаимодействующие без переходов друг в друга группы с разными функциональными характеристиками (разделение по возрасту, работе, расположению и т.п.), испытывающие изменения с превращением типов: восприимчивые, инфицированные, выздоровевшие и т.д. Фактически реализуется случайный марковский пуассоновский процесс рождения и гибели с превращениями и взаимодействием групп. Интервалы времени между событиями процесса предполагаются экспоненциально распределенными; соответственно этому моменты времени составляют точечные пуассоновские потоки с заданными интенсивностями, которые изменяются в моменты взаимодействий и превращений. Для учета выхода из инкубационного периода и повторного заражения введены нарушающие в узком смысле марковость процесса независимые последовательности времен элементов, выходящих из инкубационного периода и теряющих устойчивость к заражению, использующихся при выборе момента очередного события в системе.

Метод стохастического моделирования для вычисления времен достижения малых участков границы области

М. Ю. Маркевич^{1,2}, К. К. Сабельфельд²

¹Новосибирский государственный университет

²Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН

Во многих прикладных задачах возникает необходимость определить вероятность и среднее время достижения диффундирующей частицей небольшого целевого участка границы из источника, расположенного на значительном расстоянии. Подобная задача актуальна, например, для таргетной терапии, где требуется оценить величину потока лекарственного вещества и время его доставки к пораженному участку клетки.

Искомое среднее время, по сути, является условным математическим ожиданием времени достижения при условии, что траектория частицы попала именно на целевой участок. В отличие от задачи оценки времени достижения всей границы области, эту величину невозможно представить напрямую в виде решения одной краевой задачи. В настоящей работе предлагается подход к решению данной проблемы, основанный на решении двух стационарных краевых задач специального вида, к которым может быть применен метод, описанный в [1]. Для валидации результатов этот подход сравнивается с подходом прямого статистического моделирования траекторий диффузионного процесса. Численные эксперименты проводились в трехмерной области – внутри прямоугольного параллелепипеда, где целевая граница располагалась на верхнем основании. Результаты исследования подтверждают вычислительную состоятельность и эффективность предложенного подхода.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда, грант РНФ N 24-11-00107.

Список литературы

1. Sabelfeld K. K., Markevich M. Random walk algorithms with iterative refinement for calculating particle fluxes to small and remote boundary areas // Monte Carlo Meth. Appl. 2026. Vol. 32, No. 1. P. 49–67.

Построение новых эффективных аппроксимаций стохастической среды со случайными непересекающимися шарами для задач переноса

И. Н. Медведев

Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН

В реальных физических задачах среда может быть неоднородной и содержать различные примеси, при этом геометрическое расположение примесей может быть случайным. Такие задачи возникают, например, при расчете характеристик защиты водо-водяных энергетических реакторов (ВВЭР) в зоне, содержащих кипящую воду (с пузырьками воздуха). Стандартный способ – представить такую среду как однородную с усредненными характеристиками. Для точных же расчетов методом Монте-Карло в стохастической среде необходимо моделировать много, возможно тысячи, случайных пузырьков, а моделирование случайного блуждания частиц (например, гамма-квантов) имеет смысл проводить с помощью эффективного для такой задачи метода максимального сечения (ММС). В таком методе необходимо постоянно проверять, находится ли частица в пузырьке в момент столкновения.

В работе представлены новые сеточные аппроксимации стохастической среды со случайными непересекающимися шарами фиксированного радиуса. Такие аппроксимации строятся путем разбиения координатного пространства на ансамбль кубиков. Объем кубика может быть равен объему шара, или шар может быть

вписан в кубик. На примере тестовой задачи переноса гамма-излучения проведен численный анализ точности и эффективности использования предложенных новых методов. Дополнительно реализован и исследован альтернативный приближенный метод, в котором авторы [1] предложили моделировать случайный пробог в стохастической среде с шарами с использованием заданных функций распределений длин хорд.

Исследования выполнены в рамках государственного задания ИВМиМГ СО РАН FWNM-2025-0002.

Список литературы

1. Mazzolo A., Roessleringer B. Monte-Carlo simulation of the chord length distribution function across convex bodies, non-convex bodies and random media // Monte Carlo Meth. and Appl. 2004. Vol. 10, No. 3–4. P. 443–454.

Сравнение методов имитационного моделирования ММРР-потока

А. Н. Моисеев, Н. А. Луценко, С. Е. Воробейчиков

Национальный исследовательский Томский государственный университет

Markov modulated Poisson process (ММРР) – это случайный поток событий, в котором интенсивность наступления событий зависит от состояния управляющей цепи Маркова. Задается набором условных интенсивностей λ_k , $k \in \{1, \dots, K\}$, соответствующих состояниям управляющей цепи от 1 до K , и генератором этой цепи – матрицей $\mathbf{Q}$ интенсивностей переходов между состояниями. ММРР относится к классу дважды стохастических и коррелированных потоков и широко применяется как в теоретических исследованиях, так и для моделирования потоков информации в реальных системах.

Интерес к имитационному моделированию потока ММРР возник из-за того, что существуют как минимум три его интерпретации:

1. По определению, в случайные моменты времени, определяемые цепью Маркова, происходят ступенчатые изменения интенсивности потока. На участках постоянства интенсивности поток моделируется как простейший.

2. Как переключение между простейшими потоками: имеем K простейших потоков с разными интенсивностями, наблюдатель в случайные моменты времени переключается на наблюдение одного из них, выбранного также случайно, и фиксирует только события от этого потока.

3. Как нестационарный пуассоновский поток, потому что интенсивность потока меняется с течением времени, но локально сохраняются свойства пуассоновского потока.

В результате исследования были построены три соответствующие имитационные модели, проведены серии экспериментов по имитационному моделированию потока при различных значениях его параметров, выполнено сравнение. Эксперименты продемонстрировали незначительные отклонения результатов для этих трех моделей, полученные погрешности лежат в пределах погрешности самого имитационного моделирования, что подтверждает эквивалентность описанных выше подходов к моделированию ММРР.

Асимптотический анализ одномерного On/Off процесса

А. А. Назаров^{1,2}, А. С. Иванова², С. В. Пауль²

¹*Институт прикладной математики и компьютерных наук*

²*Национальный исследовательский Томский государственный университет*

В работе исследуется одномерный On/Off процесс, функционирование которого характеризуется чередованием активных и пассивных состояний ядра, которое управляется простейшим потоком. Объектом

исследования является число периодов активности On/Off процесса. С помощью данной характеристики можно оценить количество активных и пассивных фаз, в которых пребывал исследуемый процесс за время t .

Для математического описания On/Off процесса вводится распределение вероятностей значений его состояний $P(k, n, t)$, где $k = 0$, когда процесс находится в пассивной фазе, и $k = 1$, когда он находится в активной фазе, n – число переключений за рассматриваемый промежуток времени t . Составлена система дифференциальных уравнений Колмогорова, которая была решена методом асимптотически диффузионного анализа в предельном условии растущего времени наблюдения за исследуемым процессом.

Получены выражения для предельных среднего и дисперсии числа переключений и выписана предельная характеристическая функция искомого распределения, которая имеет гауссовский вид:

$$H(u, t) = \exp(ju \mu \pi_1 t + \frac{(ju)^2}{2} \mu(2g + \pi)t),$$

где

$$\pi_1 = \frac{\lambda r}{\lambda r + \mu}, \quad g = -\frac{\mu \pi_1^2}{\lambda r + \mu}, \quad j = \sqrt{-1}.$$

Здесь λ – интенсивность управляющего простейшего потока; μ – интенсивность длительности активной фазы; r – вероятность перехода процесса из пассивной фазы в активную.

Моделирование средних по ансамблю реализаций полей яркости солнечного излучения в сферической модели атмосферы

И. М. Насртдинов, Т. Б. Журавлева

Институт оптики атмосферы СО РАН

В докладе представлены алгоритмы метода Монте-Карло для расчета средних по ансамблю реализаций полей яркости излучения в солнечном диапазоне спектра.

Рассматривается сферическая модель атмосферы; приемник располагается за пределами верхней границы атмосферы. Облака находятся в пределах слоя, ограниченного высотой верхней H^t и нижней H^b границы облачности. Количество облаков, аппроксимированных опрокинутыми усеченными параболоидами, определялось согласно закону Пуассона для заданных значений площади шарового сегмента S на уровне H^t , диаметра основания параболоида и балла облачности; вершины параболоидов моделировались равномерно на поверхности сегмента. Линия визирования проходит через центр верхней границы облачного поля. Расчет яркостных характеристик выполнялся методом сопряженных блужданий в облачных полях "малой" (S_s , 750 км²) и "большой" (S_b , 10000 км²) площади.

Результаты моделирования, выполненные при изменении зенитных углов визирования (VZA) и Солнца (SZA) в диапазоне 0–60°, показали, что значения яркостей, рассчитанных в "малом" и "большом" полях отличаются в пределах 10 %. Однако затраты машинного времени T при вычислении в "большом" поле превышали соответствующие значения в "малом" поле примерно в 3–7 раз в зависимости от остальных входных параметров. При переходе к большим значениям VZA и SZA (вплоть до 90°) различие яркостей может достигать десятков процентов, что свидетельствовало о неприемлемости использования "малого" поля для моделирования яркостей в этих условиях.

Для того чтобы уменьшить расхождения δ при больших значениях зенитных углов наблюдения и освещенности, предложено использовать расширение области моделирования за счет введения периодических

граничных условий, адаптированных к сферической модели атмосферы, на основе "малого" (базового) поля. Суть подхода состояла в следующем. При выходе фотона за пределы базового поля выполнялось его аффинное преобразование, при котором центр поля сдвигался вдоль направления движения фотона. Моделирование траектории продолжалось в новом поле; процедура построения облачных полей повторялась до момента обрыва траектории. Аналогичным образом расширение области моделирования проводилось при расчете локальной оценки в направлении "на Солнце".

Использование периодических условий позволило моделировать поля яркости отраженной радиации при больших зенитных углах VZA и SZA на основе "малого" поля: различие относительно расчетов в "большом" поле не превышало 10 % при сокращении T приблизительно в 3 раза.

Работа выполнена в рамках государственного задания ИОА СО РАН FWRU-2026-0005.

Стохастическая генерация графов задач для имитационного моделирования распределенных вычислительных систем

Е. Ю. Омельченко¹, А. А. Нозик¹, А. О. Светличный^{2,3}

¹Центр научного программирования Московский физико-технический институт

²Московский физико-технический институт

³Институт ядерных исследований РАН

В распределенных вычислительных банковских системах задачи образуют цепочки зависимостей, т. е. результаты вычислений одной задачи используются в следующих. Такие цепочки представимы в виде ориентированных ациклических графов (DAG). Из-за конфиденциальности данных и сложности изменения банковской инфраструктуры тестирование новых гипотез становится узким местом. Существующие на текущий момент инструменты, например WfCommos [1], воспроизводят нагрузку только по имеющимся логам. Предлагаемый подход основан на генерации синтетической нагрузки с учетом вероятностной природы зависимостей и временных интервалов между поступлением задач.

Для случайных временных прыжков используется метод кинетического Монте-Карло [2]. Время до следующего события вычисляется как $\Delta t = -\frac{\ln(u)}{\lambda_{\max}}$, где u – случайное число из (0, 1]. Однако в банковских си-

стемах нагрузка в разные моменты времени отличается, а значит, ее необходимо задавать как нестационарный пуассоновский процесс. Чтобы генерировать события с заданной частотой и при этом сохранять случайность, используется метод прореживания: события генерируются с максимальной интенсивностью $\lambda_{\max}$, но принимаются с вероятностью $p(t) = \lambda(t) / \lambda_{\max}$, где $\lambda(t)$ – текущая интенсивность.

Все допустимые последовательности задач задаются в виде базового графа зависимостей, где каждому переходу сопоставлена вероятность, как в марковской цепи. Генерация конкретной цепочки задач сводится к вероятностному обходу этого графа, порождающему случайный подграф. Время выполнения и размер данных для каждой задачи задаются не константами, а распределениями вблизи базовых значений, что имитирует неопределенность реальной распределенной среды [3, 4].

Предложенный подход реализован в виде программного прототипа, позволяющего исследовать поведение системы без доступа к реальным данным и без изменений в инфраструктуре.

Список литературы

1. Coleman T., Casanova H., Pottier L., Kaushik M., Deelman E., Ferreira da Silva R. WfCommons: A framework for enabling scientific workflow research and development // Future Generation Computer Systems. 2022. Vol. 128. P. 16–27. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.future.2021.09.043>.
2. Tamblyn I., Yu T., Benlolo I. fintech-kMC: Agent based simulations of financial platforms for design and testing of machine learning systems // arXiv preprint arXiv:2301.01807, 2023. Available at: <https://arxiv.org/abs/2301.01807>.
3. Bertot L., Genaud S., Gossa J. An overview of cloud simulation enhancement using the Monte-Carlo method // Proc. of the 18th IEEE/ACM Intern. Symposium on Cluster, Cloud and Grid Computing (CCGrid), Washington, France, May 2018. P. 386–387.
4. Uncertainty quantification through Monte Carlo method in a cloud computing setting // arXiv preprint arXiv:2105.09512, 2021. Available at: <https://arxiv.org/abs/2105.09512>.

О возможности использования хаотического излучения полупроводникового лазера при оптической инъекции для генерации случайных чисел

Р.А. Пакин

Дальневосточный государственный университет путей сообщения

Аппаратный генератор случайных чисел требует физического источника с высокой непредсказуемостью и устойчивыми статистическими характеристиками. В работе рассматривается возможность использования для этой цели хаотического излучения полупроводникового лазера при оптической инъекции.

Экспериментальный сигнал характеризуется непрерывной широкополосной структурой, множественностью спектральных пиков и отсутствием выраженной доминирующей частоты. Для количественной оценки вычислены коэффициенты асимметрии и эксцесса. Полученные значения указывают на существенно негауссовское распределение с выраженной асимметрией и тяжелым хвостом.

Для описания эмпирической выборки использовано лог-логистическое распределение. Проверка критерием Колмогорова – Смирнова дала оценку меньше критического значения, следовательно, статистических оснований для отклонения выбранной модели нет.

Совокупность спектральных и статистических признаков позволяет рассматривать исследуемый режим как потенциальный физический источник случайности.

Решение задачи фильтрации с применением вариационного автоэнкодера и спектрального метода для восстановления динамики системы в латентном пространстве

К. С. Петров, И. А. Кудрявцева, К. А. Рыбаков

Московский авиационный институт

Преимущество применения вариационного автоэнкодера в задаче фильтрации состоит в универсальности по сравнению с классическими подходами. Во-первых, высокая размерность задачи не является для него критической по сравнению с сеточными методами. Во-вторых, ему не свойственна проблема вырождения весов, как у фильтра частиц. В-третьих, он учитывает мультимодальность распределения в отличие от сигматочечного фильтра Калмана и менее чувствителен к выраженной нелинейности в отличие от расширенного фильтра Калмана.

Вариационный автоэнкодер сжимает исходное пространство состояний в скрытое (латентное), имеющее меньшую размерность. Он состоит из энкодера, переводящего исходное состояние в скрытое представление, и декодера, восстанавливающего состояние из скрытого представления. Предполагается настроить энкодер

таким образом, чтобы динамика скрытого представления описывалась линейным стохастическим дифференциальным уравнением, что позволит применить один из вариантов спектрального метода для его решения.

Список литературы

1. Kingma D. P., Welling M. An introduction to variational autoencoders // Found. Trends Mach. Learn. 2019. Vol. 12, No. 4. P. 307–392.
2. Кудрявцева И. А., Рыбаков К. А. Сравнительный анализ фильтров частиц для стохастических систем с непрерывным и дискретным временем // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2022. № 5. С. 40–49.
3. Рыбаков К. А. Применение ортогональных разложений случайных процессов в непрерывном фильтре частиц // Материалы 32-й конференции памяти выдающегося конструктора гироскопических приборов Н. Н. Острякова, Санкт-Петербург, 6–8 октября 2020 г. СПб.: АО Концерн ЦНИИ "Электроприбор", 2020. С. 322–324.

Влияние геометрических свойств ансамбля частиц на стохастическое моделирование субдиффузии

Л. В. Пехтерева

Новосибирский государственный технический университет

Для стохастического имитирования субдиффузионных процессов используются модели, в которых частицы перемещаются с некоторыми задержками по пространственной квадратной решетке, а функция распределения времени задержки частиц параметрически зависит от шага решетки. Такие модели дают асимптотическую зависимость среднего квадрата перемещения от времени вида $\langle r^2(t) \rangle \sim t^\alpha$, но при небольших значениях времени распределение концентрации, полученное в этих моделях, может значительно отличаться от наблюдаемого в верифицируемых процессах. В данной работе изучено, как кинематические свойства ансамбля частиц могут быть использованы для имитации аномальной диффузии на конечных временах.

Для ряда процессов, характеризующихся степенным видом функции плотности вероятности задержек частиц, установлено, как можно регулировать шаблон локальных перемещений частиц в стохастических имитационных моделях, чтобы обеспечить достаточно точное совпадение имитационного процесса с верифицируемым не только в асимптотике, но и на всех конечных временах.

Для построения стохастической модели сначала на основе наблюдений за локальной кинематикой диффундирующих частиц определяются статистические параметры ансамбля, а затем строится локальный шаблон перемещений и задержек частиц. Дробное дифференциальное или интегральное уравнение диффузии при этом не всегда так же удобно для решения, как в случае использования равномерной пространственной решетки, но нами выведены условия стохастического моделирования с заданной точностью, поэтому можно ограничиться использованием стохастической имитационной модели. При этом, во-первых, количество частиц, используемых для стохастического моделирования с заданной точностью, определяется на основе предельных законов теории вероятностей. Во-вторых, учитывается, что среднее значение времени задержки частицы в теоретической модели субдиффузии бесконечно, а при практическом моделировании оно конечно, хотя и растет со временем.

Метод итерационного уточнения с использованием глобального метода блуждания по сферам для решения трехмерной задачи Пуассона

Н. А. Попов, К. К. Сабельфельд

Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН

Данное исследование посвящено разработке алгоритмов случайного блуждания для расчета потоков частиц к малым удаленным участкам границы области, что является сложной вычислительной задачей, поскольку величины таких потоков малы и требуется высокая точность вычислений [1]. Для решения этой задачи мы строим комбинированный алгоритм блуждания по сферам и метод итерационного уточнения [2]. На примере уравнения Пуассона в трехмерной области показано, что если при вычислении невязки исходного уравнения использовать разностные приближения для вторых производных четвертого порядка, то комбинированный алгоритм позволяет получать решение с точностью, значительно превышающей точность стандартного алгоритма блуждания по сферам. При этом в приграничной полосе используются различные методы интерполяции, что также уменьшает погрешность решений. Проведенные численные эксперименты на модельных задачах с известным точным решением показывают, что предложенный итерационный метод уточнения обеспечивает устойчивое уменьшение ошибки решения и позволяет существенно снизить вычислительные затраты по сравнению с прямым применением глобального алгоритма блуждания по сферам. Также исследована применимость подхода для вычисления малых значений решения в удаленных частях области.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда, грант № 24-11-00107.

Список литературы

1. Sabelfeld K. K., Popov N. A. Monte Carlo tracking drift–diffusion trajectories algorithm for solving narrow escape problems // Monte Carlo Meth. and Appl. 2023. Vol. 29, iss. 4. P. 1–24.
2. Sabelfeld K. K., Agarkov G. Randomized vector algorithm with iterative refinement for solving boundary integral equations // Monte Carlo Meth. and Appl. 2024. Vol. 30, iss. 4. P. 375–388.

Математическая модель сети передачи данных с многопутевой маршрутизацией

О. С. Постнова

Саратовский национальный исследовательский государственный университет им. Н. Г. Чернышевского

Протокол Multipath TCP с многопутевой передачей данных позволяет одновременно использовать несколько маршрутов между узлами сети передачи данных. МРТСР дополняет TCP таким образом, что обмен данными, относящимися к одному соединению, становится возможен по различным маршрутам. Для этой цели МРТСР комбинирует несколько соединений TCP (названных в RFC 6824 субпотоками – subflow) в одно соединение МРТСР.

В качестве математической модели сети передачи данных с многопутевой маршрутизацией используется открытая сеть массового обслуживания с делением и слиянием требований. Требование, поступая из источника в сеть, разделяется на фрагменты, которые независимо друг от друга переходят между системами сети обслуживания. Требование покинет сеть, когда все фрагменты этого требования соберутся в особенной системе обслуживания, названной системой сборки.

Используя ранее полученные результаты исследована зависимость времени реакции сети обслуживания от числа фрагментов требований. Разработан метод вычисления временных характеристик, таких как

математическое ожидание длительности сборки требований и математическое ожидание длительности пребывания требований в сети.

Численная квазигауссовская модель случайных полей оптической толщины слоистой облачности

С. М. Пригарин, Е. Г. Каблукова

Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН

Для исследования процессов переноса излучения в облачной атмосфере важно учитывать случайную структуру облачных полей. В данной работе на основе метода нелинейных преобразований гауссовских полей [1] строится численная стохастическая модель поля оптической толщины слоистой облачности. Для построения промежуточного однородного гауссовского случайного поля используется метод скользящего суммирования [2]. В качестве входных данных модели поля оптической толщины используется одномерное распределение и пространственный спектр. В нашей работе эти данные были получены на основе статистического анализа результатов самолетных наблюдений оптической толщины облачных полей Arctic Stratus [3]. Проведение вычислительных экспериментов с применением разработанных моделей позволяет оценить влияние стохастической структуры слоистой облачности на характеристики радиационных полей в атмосфере.

Исследования выполнены в рамках государственного задания ИВМиМГ СО РАН FWNM-2025-0002.

Список литературы

1. Михайлов Г. А., Войтишек А. В. Численное статистическое моделирование. Методы Монте-Карло. М.: Академия, 2006.
2. Товстик Т. М. Моделирование однородного гауссовского поля // Труды 10-го Всесоюзного симпозиума "Методы представления и аппаратный анализ случайных процессов и полей". Секция 4. Л., 1978. С 75-77.
3. Schafer M., Bierwirth E., Ehrlich A., Jakel E., Werner F., Wendish M. Directional horizontal inhomogeneities of cloud optical thickness fields retrieved from ground-based and airborne spectral imaging // Atmos. Chem. Phys. 2017. 2359–2372.

Исследование глобального смещения оценки решения нелинейного уравнения Больцмана на основе разложения в ряд по ортогональным полиномам Эрмита

С. В. Рогазинский, Г. З. Лотова, Г. А. Михайлов

Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН

В данной работе для численного решения нелинейного кинетического уравнения Больцмана методом Монте-Карло рассматривается проекционный метод [1]. В качестве ортонормированной системы используются полиномы Эрмита, ортогональные с весом $\exp(-x^2/2)$ [2]. Для определенности решается задача Коши для нелинейного уравнения Больцмана с бобылевским типом молекул [3].

Численное решение находится как совокупность коэффициентов разложения методом статистического моделирования посредством построения N-частичных траекторий ансамбля взаимодействующих частиц [1]. При $N \rightarrow \infty$ соответствующая одночастичная плотность сходится к решению нелинейного уравнения Больцмана [4]. Смещение оценок, возникающее при таком способе вычисления, обусловлено конечностью числа взаимодействующих частиц в модельном ансамбле. В работе детально проанализирован данный тип смещения.

Исследования выполнены в рамках государственного задания ИВМиМГ СО РАН FWNM-2025-0002.

Список литературы

1. Rogazinsky S. V. Statistical modelling algorithm for solving the nonlinear Boltzmann equation based on the projection method // Russ. J. Numer. Anal. Math. Modelling. 2017. V. 32, № 3. P. 197–202.
2. Cramer H. Mathematical methods of statistics. Princeton University Press, 1946.
3. Bobylev A. V. Exact solutions to the Boltzmann equation // Dokl. Akad. Nauk SSSR. 1975. V. 225. № 6. P. 1296–1299.
4. Кас М. Probability and related topics in physical sciences. London: Interscience, 1959.

Использование методов Монте-Карло в рамках решения задач физики элементарных частиц, физики высоких энергий и масс-спектрометрии

А. Ю. Рождественский

НИЦ "Курчатовский институт" – ПИЯФ

Применение методов Монте-Карло в естественнонаучных дисциплинах представляет собой один из основных подходов к получению количественных оценок и определению первичных параметров в различных физических экспериментах. Универсальность этих методов обусловлена их способностью моделировать сложные стохастические процессы, где результат формируется под влиянием большого числа случайных факторов, а аналитическое описание системы либо затруднено, либо невозможно.

Необходимость использования методов Монте-Карло в экспериментальной физике вызвана несколькими ключевыми обстоятельствами. Во-первых, реальные физические эксперименты всегда сопровождаются фоновыми процессами и аппаратными шумами, которые невозможно учесть детерминированными методами. Во-вторых, взаимодействие частиц или излучения с веществом носит вероятностный характер. В-третьих, при проектировании сложных экспериментальных установок необходимо проведение виртуальных испытаний, которые были бы слишком дорогими, опасными или технически нереализуемыми в натурном эксперименте.

В физике элементарных частиц и физике высоких энергий для оценки работы детекторных систем и моделирования взаимодействия излучения с веществом промышленным стандартом является программный пакет Geant4. А, например, в области масс-спектрометрии, где требуется моделирование движения заряженных частиц в электрических, магнитных и газодинамических полях, применяются такие программные пакеты, как Simlon и COMSOL Multiphysics.

В данной работе рассмотрено использование различных программных пакетов, основанных на использовании методов Монте-Карло для решения задач физических экспериментов:

1. Моделирование детекторной системы эксперимента PolFusion (НИЦ "Курчатовский институт" – ПИЯФ).
2. Расчет системы транспортировки пучка легких ионов с учетом объемного заряда на установке SPI в рамках работ по коллайдеру NICA (ОИЯИ, Дубна)
3. Расчет системы ионизации и квадрупольного масс-фильтра для квадрупольного масс-спектрометра (Университет ИТМО).

Алгоритмы точного и приближенного моделирования случайного поля Вороного

С. А. Роженко

Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН

Работа посвящена разработке методов моделирования поля Вороного применительно к задачам теории переноса.

Поле Вороного в заданной области может быть построено путем реализации потока Пуассона в области и ее окрестности толщиной T с последующим использованием точек потока в качестве центров ячеек диаграммы Вороного. Построенное таким образом поле назовем T -усеченным, а сам метод построения – стандартным.

В настоящей работе представлены два разработанных автором способа моделирования поля Вороного. Первый основан на алгоритме "послойной" реализации потока Пуассона с использованием формулы скачков процесса Пуассона. Помимо уменьшения трудоемкости моделирования по сравнению со стандартным методом, ключевое достоинство данного алгоритма – возможность реализации поля Вороного без усечения [1].

По мере уменьшения спектрального радиуса поля среднее число ячеек в области моделирования, а значит и трудоемкость описанных алгоритмов, возрастает квадратически.

Второй разработанный автором метод моделирования поля Вороного обладает теоретической трудоемкостью, не зависящей от значения спектрального радиуса, поэтому он эффективен, когда это значение мало. Метод основан на использовании вспомогательного сеточного разбиения пространства и реализации потока Пуассона в клетках сетки по мере необходимости. Неизменная теоретическая трудоемкость также позволяет увеличивать параметр T вплоть до значений, при которых T -усеченное поле Вороного статистически неотличимо от неусеченного.

Исследования выполнены в рамках государственного задания ИВМиМГ СО РАН FWNM-2025-0002.

Список литературы

1. Лотова Г. З., Михайлов Г. А., Роженов С. А. Исследование эффективности сеточной аппроксимации изотропного случайного поля оптической плотности среды // СибЖВМ. 2026. Т. 29, № 1. С. 41–55. DOI 10.15372/SJNM20260104.

Проекционное оценивание распределения случайного вектора с применением ортогональных полиномов

К. А. Рыбаков¹, Т. А. Аверина²

¹Московский авиационный институт

²Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН

В докладе рассматривается задача оценивания плотности вероятности случайного вектора со значениями из некоторого параллелепипеда. Предлагается проекционная оценка, которая строится на основе ортогональных полиномов, а именно полиномов Лежандра и полиномов Чебышева. Сформулировано и доказано утверждение об оптимальном выборе параметров проекционного разложения при априорной информации о гладкости оцениваемой плотности вероятности, где гладкость определяется условием принадлежности плотности вероятности пространству Соболева дробного порядка или пространству Соболева – Слободецкого. Работа продолжает исследования авторов [1, 2] и обобщает полученные ранее результаты в задаче оценивания плотности вероятности случайной величины [3].

Исследования выполнены в рамках государственного задания ИВМиМГ СО РАН FWNM-2025-0002.

Список литературы

1. Аверина Т. А., Рыбаков К. А. Проекционные оценки плотности вероятности решений стохастических дифференциальных уравнений // Информационные технологии в моделировании и управлении: подходы, методы, решения : Материалы 7-й Всерос. науч. конф. с междунар. участием, Тольятти, 16–18 нояб. 2024 г. Тольятти: ТГУ, 2024. С. 4–11.

2. Аверина Т. А., Рыбаков К. А. Проекционное оценивание функции распределения случайного вектора // Открытые эволюционирующие системы : Материалы 7-й Междунар. науч.-практ. конф., Хабаровск, 20–21 нояб. 2024 г. Хабаровск: ДВГУПС, 2024. С. 25–32.

3. Averina T., Rybakov K. Analysis and conditional optimization of projection estimates for distribution of random variable using Legendre polynomials // Algorithms. 2025. Vol. 18, No. 8. 466.

Задача оптимизации сети массового обслуживания с групповым обслуживанием

Н. В. Сергеева

Саратовский национальный исследовательский государственный университет им. Н. Г. Чернышевского

Разработка методов оптимизации сетей массового обслуживания с групповым обслуживанием требований дополняет математический аппарат для решения задач повышения экономической эффективности и операционной оптимальности в таких критически важных секторах, как логистика, телекоммуникации, транспорт и производство.

Рассматривается открытая сеть массового обслуживания, состоящая из одноприборных систем массового обслуживания с буферами неограниченной длины. В сеть из источника поступает пуассоновский поток требований одного класса. Длительности обслуживания требований в системах являются экспоненциально распределенными случайными величинами. Требования в системах обслуживаются группами фиксированного размера. Обслуживание группы требований прибором начинается только в том случае, когда в буфере накопится необходимое количество требований, в остальных случаях прибор простаивает. После того, как прибор завершит обслуживание группы требований, каждое требование, независимо от остальных требований группы, переходит в одну из смежных систем согласно маршрутным вероятностям. Предполагается, что размер группы намного меньше числа систем, смежных с системой, в которой завершается обслуживание группы. Поэтому считаем, что потоки требований в каждую систему являются пуассоновскими.

Получены приближенные выражения для определения вектора интенсивностей обслуживания, обеспечивающего минимум времени реакции сети при линейном ограничении на общую стоимость использования ресурсов сети массового обслуживания.

Монте-Карло моделирование эхо-сигналов морского радиометрического лидара

М. Н. Сидорова^{1,2}, С. В. Шеберстов², Д. И. Глуховец²

¹*Московский физико-технический институт*

²*Институт океанологии им. П. П. Ширшова РАН*

Исследование гидрооптических характеристик морской воды является важной задачей для различных областей океанологии. Одним из наиболее значимых параметров водной толщи выступает показатель ослабления света морской водой s , вертикальный профиль которого может быть определен лидарными системами по ходу движения судна. Для корректной интерпретации результатов судовых измерений, выполненных в 89-м рейсе НИС "Академик Мстислав Келдыш" в Карском море в сентябре 2022 г. с использованием морского радиометрического лидара (длины волн зондирования и приема 532 нм, ко-поляризация), методом Монте-Карло проведены расчеты лидарных эхо-сигналов. Геометрия зондирования и значения гидрооптических характеристик (показатели ослабления и поглощения) модели соответствовали условиям натурных измерений. Для расчетов использовалась индикатриса Фурье – Форанда с долей рассеяния назад 0,01. Обработка сгенерированных сигналов включала в себя сглаживание, интерполяцию на равномерную сетку

по времени, свертку с импульсной характеристикой лидара и аппроксимацию лидарным уравнением в диапазоне глубин 4–8 м для определения значений показателя ослабления лидарного эхо-сигнала α . Для случаев с отсутствием стратификации гидрооптических характеристик расчеты показали хорошее соответствие модельного и измеренного сигналов (значения показателя ослабления лидарного эхо-сигнала для расчетов и измерений составили $0,200 \text{ м}^{-1}$ и $0,235 \text{ м}^{-1}$ соответственно). Построенная в безразмерных осях $\alpha/c(Rc)$ диаграмма рассеяния хорошо согласуется с данными судовых измерений. При этом выполнен учет изменчивости формы индикатрисы рассеяния по модели Левина и Копелевича в области значений показателя ослабления морской водой меньше 0.4 м^{-1} . Путем варьирования показателей поглощения и рассеяния получены зависимости, которые могут быть использованы для решения обратной задачи – определения показателя ослабления воды по измеренному сигналу. Разработанный метод позволил получить сигналы и для случаев стратифицированной воды.

Стохастический алгоритм решения смешанной краевой задачи для уравнения Ламе с итерационным уточнением

Д. Д. Смирнов, К. К. Сабельфельд

Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН

В данной работе с помощью представления Слободянского решается смешанная краевая задача для уравнения Ламе [1]. Гармонические функции, входящие в представление Слободянского, аппроксимируются с помощью метода фундаментальных решений. С учетом заданных граничных условий для уравнения Ламе возникает система линейных алгебраических уравнений на неизвестные коэффициенты в методе фундаментальных решений. Неизвестные коэффициенты полученной системы находятся с помощью стохастического итерационного проекционного метода, где с определенными вероятностями выбираются строки матрицы этой системы и элементы вектора правой части. Коррекция полученного таким образом решения осуществляется с помощью метода итерационного уточнения [2].

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда, грант № 24-11-00107.

Список литературы

1. Сабельфельд К. К., Смирнов Д. Д. Стохастический проекционный алгоритм решения смешанной краевой задачи для системы уравнений Ламе на основе представления Слободянского и метода фундаментальных решений // Сиб. электрон. матем. изв. 2025. Т. 22, вып. 2. С. 1006–1038.
2. Sabelfeld K., Agarkov G. Random walk on spheres method with iterative refinement for solving interior and exterior Dirichlet problems for the Poisson equation // J. of Num. Math. (submitted).

Адаптивные алгоритмы генерации азимутального угла рассеяния в методе Монте-Карло для задач переноса поляризованного излучения

Н. В. Трачева

Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН

Новосибирский государственный университет

При моделировании переноса поляризованного излучения методом Монте-Карло одним из ключевых элементов является розыгрыш азимутального угла рассеяния φ [1]. Классический подход, пришедший из скалярных моделей без поляризации, использует равномерное распределение φ , что может приводить к

значительной дисперсии весовых оценок при сильной поляризации. Для устранения этого недостатка предложен адаптивный метод, учитывающий текущее состояние вектора Стокса [2,3].

Адаптивный подход основан на моделировании φ из условной плотности, пропорциональной первой компоненте рассеянного вектора Стокса вида

$$g_{\varphi|\mu}(\varphi) = \frac{1}{2\pi}(1 + A\cos(2\varphi + B)),$$

где параметры A и B определяются текущими компонентами вектора Стокса и матрицей рассеяния.

Для генерации φ разработаны четыре модификации мажорантного метода исключения (с постоянной, кусочно-постоянной, кусочно-линейной и тригонометрической мажорантами), а также метод "абсолютного значения", основанный на обращении многозначного преобразования [4].

Для каждого мажорантного метода аналитически получены оценки трудоемкости. Численные эксперименты подтвердили корректность всех предложенных алгоритмов. Метод абсолютного значения обеспечивает наилучшую производительность, не требует отбрасывания реализаций и имеет стабильную скорость, и поэтому рекомендуется для практических расчетов. Разработанные алгоритмы могут быть применены в задачах атмосферной оптики и дистанционного зондирования, где требуется учет поляризации.

Исследования выполнены в рамках государственного задания ИВМиМГ СО РАН FWNM-2025-0002.

Список литературы

1. Marchuk G. I., Mikhailov G. A., Nazaraliev M. A., Darbinjan R. A., Kargin B. A., Elepov B. S. The Monte Carlo methods in atmospheric optics. Heidelberg: Springer-Verlag, 1980. 209 p.
2. Mikhailov G. A., Prigarin S. M., Rozhenko S. A. Comparative analysis of vector algorithms for statistical modelling of polarized radiative transfer process // RJNAMM. 2018. Vol. 33, iss. 4. P. 253–263.
3. Oppel U. G., Czerwinski G. Multiple scattering LIDAR equation including polarization and change of wavelength // Proc. SPIE. 1998. Vol. 3571. P. 14–25.
4. Michael J. R., Schucany W. R., Haas R. W. Generating random variates using transformation with multiple roots // The Amer. Stat. 1976. Vol. 30, iss. 2. P. 88–90.

Прогнозирование углового распределения яркости точечного источника методами машинного обучения по данным моделирования Монте-Карло

А. Р. Халиуллина

Национальный исследовательский Томский государственный университет

Актуальность работы обусловлена высокой вычислительной сложностью метода Монте-Карло при моделировании переноса излучения в рассеивающих средах, что ограничивает его применение в многовариантных расчетах и при решении обратных задач атмосферной оптики. В качестве альтернативы предлагается использование алгоритмов машинного обучения, которые обучаются на заранее рассчитанных данных Монте-Карло и способны прогнозировать результат практически мгновенно.

В работе проводится сравнительное исследование трех алгоритмов машинного обучения – гауссовского процесса, случайного леса и нейросетевой регрессии – при решении задачи прогнозирования углового распределения яркости по оптическим параметрам среды. Входным параметром служит коэффициент аэрозольного ослабления, выходом – значение яркости в заданном угле наблюдения. Данные для обучения и тестирования генерируются с помощью имитационной модели переноса излучения, реализующей метод

локальной оценки Монте-Карло и учитывающей молекулярное рассеяние и аэрозольное ослабление. Полученная выборка случайным образом разделяется на обучающую (70–80 % данных) и тестовую (20–30 %) части. На обучающей выборке настраиваются параметры ML-алгоритмов, на тестовой – оценивается их предсказательная способность по коэффициенту детерминации R^2 и среднеквадратичной ошибке. Особое внимание уделяется гауссовскому процессу, который, помимо точечного прогноза, предоставляет доверительный интервал, что позволяет контролировать статистическую неопределенность, аналогичную оценке погрешности в методе Монте-Карло. Планируется определить алгоритм, обеспечивающий наилучшую точность прогноза, а также количественно оценить выигрыш в вычислительной трудоемкости по сравнению с прямым расчетом методом Монте-Карло. Предлагаемый подход может быть применен для ускорения расчетов в задачах переноса излучения, дистанционного зондирования и в других областях, где традиционно используется метод Монте-Карло, но требуется быстрое получение результатов при многократном варьировании входных параметров.

Численное исследование особенностей переноса солнечного излучения в поле разорванной кучевой облачности методом Монте-Карло с применением метода хорд

П. Чжэн¹, Б. А. Каргин², Е. Г. Каблукова²

¹Новосибирский государственный университет

²Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН

Цель работы – численное исследование переноса солнечного излучения в поле разорванной кучевой облачности методом Монте-Карло и оценка влияния стохастической геометрии облаков на отраженный и пропущенный потоки. Традиционная плоскопараллельная модель не учитывает разрывов облачного покрова и потому дает систематические погрешности, величина которых зависит от балла облачности, плотности облачного вещества и высоты Солнца над горизонтом. Ключевым элементом работы является метод хорд, на основе которого задаются как форма отдельных облаков, так и розыгрыш длин пробега фотонов внутри облачной среды [1, 2]. Сопоставление метода хорд и параболоидной модели показывает заметную чувствительность результатов к способу описания геометрии облаков. Выявлено также усиление поглощения в разорванном поле по сравнению со сплошным слоем, обусловленное удлинением путей фотонов и освещением боковых поверхностей облаков, что связано с обсуждаемой в литературе проблемой аномального поглощения излучения облаками.

Таким образом, метод хорд позволяет реалистично воспроизводить геометрию разорванной кучевой облачности и ее основные радиационные эффекты при умеренных вычислительных затратах. Предложенный подход дает возможность раздельно оценивать вклад геометрии облачного поля и вклад поглощения в формирование его радиационных характеристик и может быть использован при уточнении радиационных блоков атмосферных моделей.

Исследования выполнены в рамках государственного задания ИВМиМГ СО РАН FWNM-2025-0002.

Список литературы

1. Barron N. R., Ryan S. D., Heus Th. Reconciling chord length distributions and area distributions for fields of fractal cumulus clouds // Atmosphere. 2020. Т. 11, No. 8. 824. doi:10.3390/atmos11080824.
2. Радиация в облачной атмосфере / Под ред. Е. М. Фейгельсон. Л.: Гидрометеиздат, 1981.

Глобальный алгоритм случайного блуждания по границе с итерационным уточнением

И. А. Шалимова, К. К. Сабельфельд

Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН

Настоящая работа продолжает наши исследования по решению краевых задач теории потенциала на основе алгоритма блуждания по границе с использованием итерационного уточнения [1]. Итерационное уточнение позволяет решать краевые задачи для невыпуклых областей, поскольку на каждом шаге итерационного уточнения уменьшает дисперсию случайной оценки. Однако для применения итерационного уточнения требуется знать все поле решения граничного интегрального уравнения, поэтому в данной работе разработан специальный глобальный алгоритм блуждания по границе, в котором каждая траектория процесса блуждания по границе дает вклад одновременно в произвольное множество точек, заранее выбранных на границе. В работе рассматриваются внутренняя задача Дирихле и внешняя задача Неймана для модифицированного уравнения Гельмгольца. Численная реализация построена на примере двумерной невыпуклой области. Для предложенного алгоритма выведена оценка погрешности, как детерминированной, так и стохастической ее составляющей для произвольных областей с гладкой границей, и доказана экспоненциальная скорость сходимости, что кардинально отличает этот алгоритм от традиционного метода блуждания по границе. Численные эксперименты подтверждают эффективность построенного гибридного алгоритма.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда, грант № 24-11-00107.

Список литературы

1. Shalimova I., Sabelfeld K. A meshfree random walk on boundary algorithm with iterative refinement // Monte Carlo Meth. and Appl. 2025. Vol. 31, Iss. 2. P. 131–143.

Решение обратной задачи по расчету электронной подвижности в полупроводниках по их проводимости

И. А. Шафигулин, К. К. Сабельфельд

Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН

В данной работе рассматривается численное решение следующей обратной задачи: при известном тензоре проводимости $\sigma(B)$, необходимо восстановить функцию $S(\mu)$, описывающую распределение носителей заряда по их подвижности μ , где B – индукция магнитного поля. Функция $S(\mu)$ определяется с помощью элементов тензора проводимости через систему интегральных уравнений первого рода [1]. Мы исследовали свойства этой системы и оценили ее класс некорректности.

Для численной реализации система интегральных уравнений дискретизируется с использованием квадратурных формул, а также B-сплайнов, что дает возможность учитывать дополнительные ограничения, снижать размерность системы и сглаживать численное решение. Для решения систем линейных алгебраических уравнений применяется стохастический проекционный метод и его модификации [2], учитывающие физические ограничения, например, неотрицательность функции $S(\mu)$. Кроме того, рассматривается блочная модификация алгоритма [2], которая позволяет значительно увеличить скорость сходимости по сравнению с классическим подходом.

Для проверки алгоритмов были проведены численные эксперименты на модельных примерах с гауссовыми пиками распределения, что позволило оценить разрешающую способность алгоритма. Расчеты проведены также на экспериментальных данных для различных полупроводниковых материалов,

предоставленных коллегами из Института физики полупроводников им. А. В. Ржанова СО РАН. Совместная работа [3] принята к печати.

Анализ чувствительности показал, что метод позволяет восстановить основные особенности функции $S(\mu)$ с высокой точностью, даже при наличии шума в данных. Однако при восстановлении по σ_{xx} и σ_{xy} отдельно возникают расхождения, что указывает на необходимость использования дополнительных априорных данных.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (грант №24-11-00107).

Список литературы

1. Beck W. A., Anderson J. R. Hall-effect measurements and mobility spectrum analysis // J. Appl. Phys. 1987. Vol. 62. P. 541.
2. Sabelfeld K., Loshchina N. Stochastic iterative projection methods for large linear systems // Monte Carlo Methods Appl. 2010. Vol. 16. P. 343–359.
3. Sabelfeld K. K., Shafigulin I. A., Protasov D. Yu., Gulyaev D. Recovering the electron mobility from conductivity measurements by stochastic projection methods // J. Inverse and Ill-posed problems. 2026. Vol. 34, no. 4. 3. 649-672. DOI: 10.1515/jiip-2026-0054.

Оценка статистической погрешности метода прямого статистического моделирования при решении стационарных задач

Е. В. Шкарупа¹, М. Ю. Плотников²

¹Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН

²Институт теплофизики СО РАН

Метод прямого статистического моделирования (ПСМ) в настоящее время широко используется для решения задач динамики разреженного газа. В основе алгоритма ПСМ лежит расщепление непрерывного движения моделируемых частиц и их столкновений на два последовательных этапа, определяемых временным интервалом Δt . На первом этапе все частицы перемещаются на расстояние, определяемое их скоростями и временем Δt . На втором этапе моделируются столкновения между частицами, соответствующие интервалу Δt . При решении стационарных задач основу метода ПСМ составляет предположение об эргодичности моделируемого стационарного процесса, поэтому математические ожидания оцениваются осреднением значений функций от состояний многочастичной системы, взятых через равные интервалы времени Δt .

При использовании методов статистического моделирования важной характеристикой получаемых результатов является их статистическая погрешность. Особенность метода ПСМ состоит в том, что суммируемые величины являются зависимыми. В [1] предложен подход к оцениванию статистической погрешности метода на основе равновесной статистической физики, в [2] – основанный на центральной предельной теореме для однородных цепей Маркова с учетом временных корреляций выборочных значений случайных величин, в [3] проводятся параллели между статистической погрешностью метода ПСМ и тепловыми флуктуациями газа.

Данная работа посвящена исследованию влияния тепловых флуктуаций газа на статистическую погрешность метода ПСМ. Проведено тестирование рассматриваемых подходов на характерных примерах задач динамики разреженного газа.

Исследования выполнены в рамках государственных заданий ИВМиМГ СО РАН FWNM-2025-0002 и ИТ СО РАН 126021217045-9.

Список литературы

1. Hadjiconstantinou N.G., et al. Statistical error in particle simulations of hydrodynamic phenomena // J. Comput. Phys. 2003. V. 187. P. 274–297.
2. Plotnikov M. Yu., Shkarupa E. V. Selection of sampling numerical parameters for the DSMC method // Computers & Fluids. 2012. V. 58. P. 102–111.
3. Garcia A. Estimating hydrodynamic quantities in the presence of microscopic fluctuations // Commun. Appl. Math. Comput. Sci. 2006. V. 1. P. 53–78.

Общие выводы теории экономичных компьютерных сеточных функциональных алгоритмов непараметрического оценивания вероятностных плотностей

Н. Х. Шлымбетов¹, У. П. Сейтмуратов¹, А. В. Войтишек^{1,2}

¹Новосибирский государственный университет

²Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН

Авторами доклада разработана оригинальная теория сеточных функциональных проекционных и ядерных алгоритмов непараметрического оценивания вероятностной плотности по заданной выборке. В частности, получены верхние границы аппроксимационных компонент, компонент смещения и стохастических компонент погрешностей рассматриваемых численных схем в пространстве функций, интегрируемых с квадратом, и в пространстве непрерывных функций. В рамках построенной теории также сделано следующее.

1. Сформулированы обоснованные рекомендации и принципы по конструированию и/или выбору аппроксимационных базисов (и соответствующих коэффициентов), подразумевающие сбалансированный учет свойств аппроксимации и устойчивости используемых функций: доказаны соответствующие утверждения и проведены тестовые эксперименты (с помощью разработанной авторами методики учета затрат основных математических операций).

2. Аналогичные обоснованные рекомендации и принципы сформулированы для выбора ортонормированных и ядерных функций. В частности, для ядерных функций предложено использовать новые показатели качества приближения плотности.

3. Выделен частный случай – одновременно для проекционных и ядерных алгоритмов – вычислительный многомерный аналог полигона частот. Доказано и показано (с помощью тестовых расчетов), что этот алгоритм, с одной стороны, является наиболее экономичным среди рассматриваемых численных схем (хотя и требует использования большого числа выборочных значений), а с другой стороны, позволяет получить формулы для условно-оптимальных значений числа узлов аппроксимационной сетки и числа используемых выборочных значений.

Перечисленные новые результаты подробно описаны в статьях в журналах СибЖВМ (т. 27, № 2 за 2024 г. и т. 29, № 2 за 2026 г.) и "Математические труды" (т. 29, № 2 за 2026 г.).

Исследования выполнены в рамках государственного задания ИВМиМГ СО РАН FWNM-2025-0002.

Прямое статистическое моделирование процесса кластеризации атомов аргона

Л. В. Ярков, А. А. Шевырин, Е. А. Бондарь

Институт теоретической и прикладной механики СО РАН

Процесс образования кластеров как способ получения частиц с заданными свойствами находит применение в оптоэлектронных устройствах, биомедицинских исследованиях и других приложениях [1, 2]. Одним из методов получения кластеров является охлаждение газа в сильно недорасширенной сверхзвуковой струе [3]. Кластеризация в этих условиях определяется в особенности двумя параметрами: давлением и температурой торможения газа [4]. В широком диапазоне условий такие течения характеризуются термодинамической неравновесностью в потоке, что приводит к необходимости использовать кинетические методы. Одним из таких методов является метод прямого статистического моделирования (ПСМ) [5], который моделирует эволюцию ансамбля частиц газа на основе уравнения Больцмана и позволяет корректно описывать неравновесные эффекты. Однако при численном моделировании кластеризации методом ПСМ основная трудность — существенное различие концентраций мономеров и кластеров, что снижает точность оценки среднего размера кластеров в струе [6].

В данной работе предложена модификация модели кластерообразования для метода ПСМ [6], которая использует статистические весовые множители для повышения точности моделирования кластерных компонентов. Данная модель имплементирована в коде SMILE++ [7]. В докладе представлены результаты верификации и валидации модели, результаты численного моделирования кластеризации в сильно недорасширенных струях, оценка точности вычисления функции распределения кластеров по размерам с использованием предложенной модели.

Список литературы

1. Kruis F.E. et al. Synthesis of nanoparticles in the gas phase for electronic, optical and magnetic applications — A review // J. Aerosol Sci. 1998. Vol. 29. P. 511–535.
2. Wegner K. et al. Cluster beam deposition: a tool for nanoscale science and technology // J. Phys. D. 2006. Vol. 39. P. R439.
3. Smirnov B. M. Metal nanostructures: from clusters to nanocatalysis and sensors // Phys.-Usp. 2017. Vol. 60. P. 1236–1267.
4. Smirnov B. M. Generation of cluster beams // Phys.-Usp. 2003. Vol. 46. P. 589–628.
5. Bird G. A. Molecular Gas Dynamics and the Direct Simulation of Gas Flows. Oxford University Press, 1994.
6. Yarkov L. V., et al. Effect of formation of argon clusters on a supersonic outflow into a rarefied medium // E3S Web of Conferences. 2023. Vol. 459. P. 01008.
7. Kashkovsky A. V., et al. Smile family of software systems for the direct Monte Carlo simulations of rarefied gas flows // J. of Engin. Phys. and Thermophys. 2025. Vol. 98. No. 7. P. 1872–1897.

Direct sum extension of low discrepancy sets and sequences

V. A. Chuikin, A. O. Svetlichny

Moscow Institute of Physics and Technology

While higher-dimensional settings are of greater practical interest, classical Quasi-Monte Carlo constructions often lose their effectiveness: number-theoretic properties become less correlated with uniformity, and state-of-the-art optimization-based approaches suffer from exploding algorithmic complexity or degrading objective functions.

To address these limitations, we propose a concept of direct sum: a high dimensional uniformly distributed set or sequence constructed from lower dimensional low discrepancy components. Examples include classical Sobol and Halton sequences or concatenations of MC and QMC rules. This unifying concept immediately suggests a route for extending state-of-the-art low dimensional constructions to higher dimensions.

We develop two such extensions. First, a genetic algorithm that searches for optimal permutations of Niederreiter's optimal 1D sets [1]; the resulting sets demonstrate superior uniformity in terms of star discrepancy for dimensions up to $d=10$ and are extensible-in-dimension – new coordinates can be added without recomputing existing ones. Second, simple yet effective heuristics to extend state-of-the-art Kritzing sequence [2] to higher dimensions by concatenating permuted or independently generated copies; the heuristics drastically reduce computational cost with only a minor loss of quality.

Our central insight is that low-discrepancy sets and sequences assembled from lower-dimensional components can achieve distribution properties that are in no way inferior to those obtained through direct high-dimensional optimization.

References

1. Niederreiter H. Random number generation and Quasi-Monte Carlo methods. Philadelphia, PA: Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM), 1992.
2. Kritzing R. Uniformly distributed sequences generated by a greedy minimization of the L2 discrepancy // Moscow J. of Combinat. and Num. Theory. 2022. Vol. 11, No. 3. P. 215–236.

Application of the Abelian Higgs model to protein structure studies

S. D. Liubimov¹, N. Gerasimeniuk¹, A. Korneev², A. Molochkov²

¹*Pacific Quantum Center, Far Eastern Federal University*

²*Beijing Institute of Mathematical Sciences and Applications*

In this work, we consider only the protein backbone (C_α atoms) rather than the full-atom protein molecule. Such a chain is a curve that can be described using discrete Frenet coordinates (curvature and torsion). In [1], the magnitude of the complex scalar field in the Abelian Higgs model is interpreted as the local curvature of the chain, and the phase of the field determines the torsion. The action of this model involves interaction with an external field $\alpha_{x,\mu\nu}$, which models defines the non-uniform influence of the solvent (water molecules) on the protein chain and has the following form:

$$S = \beta \sum_x \sum_{\mu < \nu} (1 - \cos(\theta_{x,\mu\nu} + \alpha_{x,\mu\nu})) + m^2 \theta_{x,\mu} + \\ + \sum_{x,\mu} \left| \phi_x - e^{i(\theta_{x,\mu})} \phi_{x+\hat{\mu}} \right|^2 + \sum_x \left(-\kappa |\phi_x|^2 + \lambda |\phi_x|^4 \right) + \frac{\kappa^2}{4\lambda}.$$

The numerical simulation [2] is performed using a hybrid Monte Carlo algorithm, in which a new field configuration is accepted with a probability proportional to $\exp(-S)$. During the algorithm, the external field $\alpha_{x,\mu\nu}$ is optimized to reproduced the desired protein structure. The simulation results show that the external field obtained in this way allows for the complete reconstruction of the curvature and torsion profiles. Using myoglobin (PDB id: 1ABS) as an example, a structure corresponding to the native conformation with an RMSD of 1.2 Å was reproduced [3].

This work was supported within the grant of the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation (FEFU Program "PRIORITY 2030", topic No. ASP-25-02-1.03-0022).

References

1. Niemi, A.J. Gauge fields, strings, solitons, anomalies, and the speed of life // Theor. Math. Phys. 2014. Vol. 181. P. 1235–1262. <https://doi.org/10.1007/s11232-014-0210-x>.
2. Heitger J. Numerical Simulations of Gauge-Higgs Models on the Lattice. 1997. 220 p.
3. Liubimov S. D., Gerasimeniuk N. V., Korneev A. A., et al. Modeling the structure of myoglobin within the Abelian Higgs Model // Biochem. Moscow Suppl. Ser. A. 2025. Vol. 19. P. 449–455. DOI: <https://doi.org/10.1134/S1990747825700436>.

A controlled synthetic benchmark for change-point detection in time series

O. P. Makogonova, P. P. Lukianchenko

HSE (Высшая школа экономики)

Change-point detection in time series is complicated by the absence of reliable ground-truth labels of regime changes. Real data often do not provide verified transition moments, while expert annotation is subjective and difficult to scale. Therefore, synthetic benchmarks are useful for evaluating both machine-learning models and the validity of the supervised detection problem itself.

This work proposes a controlled synthetic benchmark for change-point detection. The benchmark is based on a stochastic generator with a bistable structure and several types of coloured noise. Since transition events are defined by construction, the setup allows models to be compared under reproducible conditions.

A unified experimental pipeline was implemented for data generation, transition labelling, sliding-window construction, model training, and evaluation. The pipeline supports recurrent neural networks, transformer-based models, Mambastyle architectures, and gradient boosting. Detailed grid experiments were conducted using a GRU detector as a computationally efficient representative model.

The principal results are summarised in three experimental blocks. First, the dwell-time statistics and regime classification block analysed the empirical distribution of inter-transition intervals. The generator was evaluated on 100 configurations over noise colour, noise intensity, and integration time step. Out of these configurations, 82 were valid for dwell-time fitting. Among them, 63 cells, or 76.8 %, corresponded to an intermediate lognormal-like regime; 17 cells, or 20.7 %, corresponded to a normal/Kramers-like regime; and only 2 cells, or 2.4 %, were classified as heavy-tailed.

Second, the horizon and relaxation block studied how the prediction horizon and relaxation window affect transition prediction quality using the GRU detector. In this supervised grid of 210 configurations, the best GRU performance reached ROC-AUC 0.9947 and was obtained under blue noise. However, the same grid contained 16 degenerate configurations, showing that high predictive performance may coexist with invalid sparse-label regimes.

Third, the sensitivity block studied how the GRU detector depends on noise intensity and integration time step. In this grid of 210 configurations, 144 configurations were class-degenerate and therefore not suitable for meaningful supervised binary classification. Only 66 configurations remained valid. Inside this valid region, the best ROC-AUC was 0.7814 and was achieved under pink-noise driving.

Overall, the results show that inter-transition statistics are not universal and depend on the generator parameters and noise type. They also demonstrate that supervised change-point detection is meaningful only inside a restricted operational region of the generator parameter space. Thus, the proposed benchmark can be used not

only as a testbed for machine-learning methods, but also as a diagnostic tool for checking whether the supervised detection task is well posed under a given transition definition.

Light scattering properties of non-spherical cirrus ice crystals

Q. Mu

Shenzhen MSU-BIT University

Understanding micro-physical scattering properties of cirrus clouds crystals is fundamental to development of numerical radiative transfer model. Due to large varieties of crystal in morphology and size, numerical solutions to scattering characteristics by ice crystal is still a challenge in weather and climate research. Based on the convex hull construction algorithm, a geometrical model of ice crystals is proposed to investigate the scattering properties of cirrus clouds particles. Light scattering matrices involving complete polarization information are calculated in geometric optics approximation for randomly oriented large crystals with random and given convex polyhedron shape. A Monte Carlo ray-tracing method is used to characterize the angular distribution of scattered light, together with a hit-and-miss Monte Carlo scheme ensuring applicability to arbitrary convex polyhedra. The proposed model construction method and computational scheme of light scattering matrix works for any convex polyhedron within the scope of geometrical optics. The crystal model and scattering matrix computational framework developed in this study are applicable to radiative transfer simulations and remote sensing data interpretation in terrestrial and planetary atmospheres.

Computing Continuation Value for interest rates derivatives on RFR in LGM1F model

A.A. Tokaeva

Steklov mathematical institute of RAS

We propose and compare two approaches for efficient calculation of an exposure profile for interest rate derivatives linked to Russian OIS rate (RUB_RUONIA_OIS) for the purpose of computing two credit risk metrics: CVA (Credit Value Adjustment) and PFE (Potential Future Exposure).

In the industry, the standard approach for pricing complex derivatives is the Monte Carlo method, in which a certain stochastic differential equation (SDE) for the interest rate process is postulated, a set of paths is generated accordingly, and on each path the sum of discounted cash flows from the derivative is computed, after which these sums are averaged to obtain the price at the initial time. To compute CVA and PFE metrics, it is necessary to compute not only the expectation of discounted future cash flows at the initial time, but also the so-called Continuation Values (CV), namely, the conditional expectations of discounted future cash flows, at each time step of each path.

We propose two approaches for computing Continuation Value at each time point t_i . The first approach is called Regression-Based Monte Carlo and is based on the idea of approximating the Continuation Value function by a polynomial of the rate process. This approach is universal and works for any derivatives and any SDE generating the interest rate process. However, its accuracy and computational cost depend on the choice of basis functions, the polynomial degree, and the type of the derivative itself.

The second approach is analytical. Within the one-factor linear Gaussian model, for two main classes of products (interest rate swaps and caps), exact formulas for CV are derived, allowing one to compute the exposure for each path without additional approximation error and with minimal computational cost. The main disadvantages of the analytical approach include the fact that it does not work for derivatives with path-dependent payoffs, as well as the necessity to derive new analytical formulas in the event of changing the SDE governing the interest rate evolution.

For interest rate swaps with maturities of 1, 3, 5, and 10 years, we compute CVA using both approaches.